Тернопільський національний педагогічний університет
імені Володимира Гнатюка

Фізико-математичний факультет

Кафедра математики та методики її викладання

Дипломна робота

з методики викладання математики

на тему: «РОЛЬ І МІСЦЕ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ДОСЛІДЖЕННЯ У РОЗВИТКУ ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ ШКОЛЯРІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ»

Студентки V курсу, групи М-52
спеціальності 7.04020101 Математика

Матлаги Світлани Михайлівни

Керівник: Підручна М.В.
кандидат педагогічних наук доцент

Рецензент: Пришляк І. М.
методист з математики Тернопільського ОКІППО

Національна шкала________
Кількість балів: ____Оцінка: ECTS ____

Тернопіль - 2013 року

ЗМІСТ

ВСТУП

Актуальність теми. Зростаюча роль математики в розв'язанні задач науково-технічного прогресу ставить перед сучасною освітою завдання ефективної допомоги всім, хто навчається, в оволодінні теоретичними і практичними знаннями і властивим цьому предмету стилем мислення, який є важливим компонентом загальної культури сучасної людини. Одним із видів мислення є просторове мислення. Це вид розумової діяльності, що забезпечує створення просторових образів і оперування ними в процесі розв'язання різних теоретичних і практичних задач.

Завдання розвитку просторового мислення учнів основної школи має особливу значущість, воно має бути з перших днів перебування дітей у школі, тому що розвиток мислення, а особливо наочно-образного та просторового тісно пов'язане з інтелектом людини.

Значне місце в системі формування інтелектуальної та творчої особистості школяра приділяється вивченню геометрії як дисципліни, яка володіє величезним гуманітарним та світоглядним потенціалом. Вона розвиває логічне мислення і просторову уяву школярів, має великі можливості для показу сили наукових методів у пізнанні навколишнього світу, з'ясування процесу формування понять і шляхів виникнення, представляє важливу складову математики і є одним з основних компонентів загальнолюдської культури.

Процес навчання геометрії учнів передбачає досягнення двох самостійних, але взаємозв'язаних завдань: оволодіння учнями змістом конкретного розділу та цілеспрямоване формування у них прийомів розумової діяльності, помітне місце у якій займає дослідження розвитку просторового мислення. Це здійснюється у процесі розв'язування різних геометричних задач, через використання унаочнення а також прикладів із оточуючого середовища.

Для того щоб у дітей розвивалось просторове мислення, потрібно щоб вони вміли аналізувати фігуру, виділяти її елементи, встановлювати взаємне розміщення, та з'ясовувати властивості відношень між елементами фігур і т.д.

Серед задач які є в геометрії існують задачі на дослідження. Саме в цих задачах розглядають взаємне розміщення величин , умови існування фігур, властивості відношень між елементами фігур, що є основою розвитку просторового мислення школярів основної школи. Але на жаль вчителі приділяють не достатньо уваги саме задачам на дослідження, та й у діючих підручниках їх дуже мало.

Для досягнення високого рівня геометричної підготовки учнів необхідно забезпечити можливість придбання ними глибоких фундаментальних знань, розвитку просторової уяви, прагнення до самостійного вивчення нового матеріалу. Вирішенню цієї проблеми сприяє розв'язування геометричних задач на дослідження що є ефективним засобом управління пізнавальною діяльністю і формуванням просторового мислення учнів.

Проблема формування просторового мислення має високий рівень загальної дослідженності. Так, важливу роль у становленні методики формування даного виду мислення відіграли праці П.Я.Гальперіна, О.З.Зак, І.С.Якиманська та ін. Серед науковців, які свої роботи присвячували проблемі методики розв'язування геометричних задач на дослідження, слід виокремити К.В. Власенко, С. А. Ракова, Є. А.Недошивкіна. Проте в методичній літературі мало досліджень, які б розкривало особливості геометричних задач на дослідження та їхньої ролі у розвитку просторового мислення школярів.

З огляду на актуальність досліджуваної проблеми та низького ступеня її вивчення темою нашого дипломного дослідження ми обрали «Роль і місце геометричних задач на дослідження у розвитку просторового мислення школярів основної школи».

Розкриття теми дослідження визначило необхідність вирішення наступних **завдань:**

- проаналізувати основні завдання вивчення геометрії в основній школі:

- дослідити фізіологічні та психологічні особливості розвитку просторового мислення школярів;
- з'ясувати типи задач, які використовуються в шкільному курсі геометрії;
- дослідити особливості розв'язання геометричних задач на дослідження;
- підібрати задачі на дослідження по окремих темах з геометрії у 7, 8, 9 класі;
- дослідити роль геометричних задач на дослідження у формуванні просторового мислення учнів 7-9 класів.

Для вирішення поставлених завдань нами використовується ряд **методів дослідження**: аналіз, узагальнення даних методичної і психолого-педагогічної літератури з проблеми дослідження; аналіз програм та навчально-методичної літератури з геометрії з метою комплексного аналізу проблеми.

Дипломна робота складається зі вступу, 2 розділів, висновків, списку використаних джерел, та містить 54 сторінки.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ АСПЕКТИ ФОРМУВАННЯ ПРОСТОРОВОГО МИСЛЕННЯ ШКОЛЯРІВ

1.1 Основні завдання вивчення геометрії в основній школі

Серед основних завдань вивчення геометрії в основній школі виділяють наступні:

- оволодіння учнями знаннями та вміннями їх використовувати у процесі навчання;
- розвиток логічного мислення;
- розвиток просторового мислення.

У шкільному курсі геометрії діти знайомляться з поняттями геометричних фігур і відношень між ними. Вони вивчають теореми, розв’язують задачі, і непогано справляються з цим завданням. Але мало уваги приділяється розвитку просторового мислення.

Просторове мислення – вид розумової діяльності, що забезпечує створення просторових образів і оперування ними в процесі розв’язання різних теоретичних і практичних задач.

Просторове мислення складає істотну особливість внутрішнього світу людини, характеризує його суб'єктну активність. У його становленні, функціонуванні і прояві найяскравіше відбивається неповторна індивідуальна своєрідність кожної особистості. Просторове мислення – це специфічний різновид образного мислення. Ґрунтовним дослідженням просторового мислення займалась І.С.Якиманська. Автор визначила, що основною оперативною одиницею просторового мислення є образ, в якому представлені переважно просторові характеристики об’єкта: форма, величина, взаємне розташування складових його елементів, розташування їх на площині, у просторі відносно будь-якої заданої точки відліку. Цим просторове мислення відрізняється від інших форм образного мислення, де виділення просторових характеристик не є центральним моментом [27, с.29].

Отже, просторове мислення є складовою частиною чуттєво-образного мислення і не є апріорі визначеним, запрограмованим від народження. Воно формується в процесі індивідуального розвитку людини. Для правильного його формування слід спиратися насамперед на здобутки в галузі фізіології та психології, зокрема на відкриття явища асиметрії півкуль головного мозку. Ще порівняно недавно існувала думка про їх рівноправність щодо деяких функцій. Проте досліди Р. Сперрі та його послідовників, а також досягнення вітчизняної науки переконливо свідчать про функціональні відмінності півкуль головного мозку у сприйнятті образів реального світу, формуванні мислення.

Відомо, що ліва півкуля керує роботою правої частини людського тіла, а права відповідає за рух лівих кінцівок і чуттєвість його лівої частини. Крім того, у лівій півкулі локалізовані центри мови, хоча не можна повністю виключати здатність правої півкулі розуміти мову. Дослідження Р. Сперрі показали, що при відокремленні півкуль ліва рука, керована правою півкулею, здатна відтворити показаний рисунок або зобразити куб у трьох вимірах, тоді як права не може виконати жодну з цих вправ. З цих досліджень було зроблено припущення, що ліва півкуля спеціалізована на оперуванні словами та іншими умовними знаками, права ж оперує образами реальних об'єктів, відповідає за орієнтацію в просторі.

Тому просторово-образне мислення забезпечує сприйняття реальності в усій її багатогранності, дає можливість орієнтуватись у просторі багатьох вимірів, зокрема в реальному тривимірному просторі. Стратегія лівої півкулі полягає у здатності серед багатогранності зв'язків між предметами та явищами відібрати основні, найістотніші.

Дитина не народжується з уже сформованою тією чи іншою системою мислення. Її логічна та образна складові розвиваються в процесі навчання, виховання залежно від того, у якому напрямку цей розвиток спрямовано. Щоб створити сприятливі умови такого розвитку, найперше, мають бути враховані вікові особливості дитини.

Психологи Б.Г. Ананьєв, Є.Ф. Рибалко, В.І. Зикова, Е.А. Фарапонова стверджують: сприйняття простору дітьми вже у дошкільному віці набуває певного розвитку. У них формуються елементарні вміння орієнтуватися в навколишньому світі, утворюються системи зв'язків між зоровим, слуховим і руховим аналізаторами. Так, уже на третьому році життя у дитини складається системний механізм просторової орієнтації. З її розвитком цей процес збагачується новими відношеннями та складовими.

Значно якісніше це сприйняття простору відбувається у молодшому шкільному віці, оскільки програмується навчанням і керується вчителем. Переважна більшість молодших школярів здатна «уявити» геометричні тіла (куля, куб, прямокутний паралелепіпед, конус тощо) як реальні об'єкти, що їм відповідають (м'яч, цеглина, пенал, лійка тощо). Діти спроможні розпізнати ці тіла на готових моделях, малюнках, назвати їх. У них рано формується сприймання зображень просторових фігур.

І.С.Якиманська, аналізуючи вікові відмінності учнів, що проявляються під час розв'язування задач на просторові перетворення, виділяє таку особливість: просторові образи молодших школярів досить рухомі та динамічні. У навчальній діяльності діти ознайомлюються не тільки з такими ознаками об'єктів, як колір, маса, форма тощо, а й з властивостями, що визначають положення цих об'єктів у тривимірному просторі [27, с. 60].

Крім того, за належного навчання діти легко справляються з завданнями на перетворення елементів зображення, добре розрізняють геометричні форми, з бажанням, залюбки складають розгортки об'ємних предметів за їх наочним зображенням. Звідси випливає потреба у використанні наочності під час навчання дітей цього віку.

З переходом учнів до середніх класів (підлітковий вік) зміст їх навчальної діяльності ускладнюється, на основі чого відбувається дальший розвиток образного мислення. Глибше розуміння учнями властивостей предметів і явищ навколишнього світу проявляється тепер у формуванні абстрактних понять. З наочно-образного їх мислення поступово стає абстрактно-понятійним.

Підлітки, на відміну від молодших школярів, уже вміють розпізнавати та виділяти в предметах і явищах ті ознаки, які істотні для даного роду чи виду явищ. Проте варто зазначити, що формування абстрактних понять у цьому віці часто зводиться до формального засвоєння властивостей, їх відриву від конкретних об'єктів. Тому часто учні знають визначення, формули і добре оперують ними, та не можуть належно розкрити їх зміст і успішно застосовувати до розв'язування конкретних задач.

У процесі формального засвоєння знань природна здатність дітей до динамізму сприймання витісняється установкою на використання однієї, фіксованої позиції спостереження. Подолати це негативне явище можна включенням дітей в активну навчальну діяльність, залученням до виготовлення наочних посібників, зокрема моделей просторових фігур, їх розгорток з картону, різноманітного підручного матеріалу; вимірювання та обчислення їх розмірів, площ поверхонь, об'ємів. У ході такої роботи школярі не тільки оволодівають практичними навичками, а й глибше засвоюють зміст понять.

І.С. Якиманська, В.В. Давидов, Є.М. Кабанова-Меллер, Г.С. Костюк, Н.А. Менчинська, І.Є. Унтта та ін. зазначають, що для розвитку просторового мислення недостатньо враховувати лише вікові особливості учнів, необхідно брати до уваги їх індивідуальні відмінності.

Учні одного й того самого віку помітно відрізняються один від одного за своїми здібностями до просторового мислення. В одних під впливом певних факторів (інтерес до техніки, робота з «конструкторами», домашнє навчання і виховання та ін.) здатність до просторового мислення формуються ще до початку систематичного вивчення предметів, які висувають до нього спеціальні вимоги. Учитель, який працює з такими учнями, спираючись на наявні здібності, має забезпечити подальший розвиток просторового мислення, добираючи завдання відповідно до індивідуальних відмінностей. Є учні, які з певних причин до цього часу не досягли такого рівня. Тому перед учителем постає інша задача – формувати здібності учнів до просторового мислення.

Зрозуміло, що учні, у яких така здібність не сформована, не можуть засвоювати знання на однаковому рівні з іншими. Тому слід диференціювати та індивідуалізувати роботу щодо розвитку наявних здібностей і щодо їх формування [27, с. 61].

Розвиток просторового мислення, це складний процес, куди включаються не тільки логічні (словесно-зрозумілі) операції, але і безліч перспективних дій, без яких мислення протікати не може, а саме розпізнання об'єктів, представлених реально чи зображених різними графічними засобами, створення на цій основі адекватних образів і оперування ними за поданням. Будучи різновидом образного мислення, просторове мислення зберігає всі його основні риси, і тим самим відрізняється від словесно-дискусивних форм мислення. Цю відмінність ми бачимо насамперед у тому, що просторове мислення оперує образами; в процесі цього оперування відбувається їх відтворення, перебудова, переворот у необхідному напрямку. Образи тут є і вихідним матеріалом, і основний оперативної одиницею, і результатом розумового процесу. Це не означає, звичайно, що при цьому не використовуються словесні знання. Але на відміну від словесно-дискусивного мислення, де словесні знання є основним змістом, в образному мисленні слова використовуються як засоби інтерпретації вже виконаних в образах перетворень.

Просторове мислення школярів в процесі розв’язування геометричних задач розвивається різними шляхами, причому часто цей процес відбувається стихійно, без цілеспрямованого впливу педагога. Основною причиною ускладнень при залученні дітей до діяльності з просторовими образами є недостатній рівень навчально-методичного забезпечення цього процесу. Актуального значення набула ця проблема у вивченні геометрії, особливо стереометрії, яке ґрунтується на розпізнаванні, побудові та переміщенні геометричних образів, потребі досліджень явищ і предметів.

Просторове мислення учнів формується головним чином на графічній наочній основі, в умовах оперування образами в процесі розв’язування геометричних задач, в тому числі на дослідження. Такі образи найчастіше виникають на основі сприймання різноманітних графічних зображень і їх аналіз.

Безперечно, просторові властивості і відношення найбільш чітко виступають в геометричних об'єктах, які є своєрідними абстракціями реальних предметів. Тому геометричні об'єкти (їх різні поєднання) слугують тим основним матеріалом, на якому створюються просторові образи і відбувається оперування ними.

Основними умовами формування просторового мислення є:

1. Навчити дітей абстрагувати ознаки просторових об'єктів.
2. Оперувати образами просторових об'єктів.
3. Навчити дітей розрізняти окремі предмети за їх формою, величиною.
4. Навчити узагальнювати предмети за певними просторовими ознаками.

Важливим моментом виступає також організація вчителем попереднього обговорення з дітьми різних способів розв'язування задач, коли способи співставляються за ступенем узагальненості. Велике значення має складання задач за запропонованим зразком різного ступеня конкретності: від повної умови задачі у всій її одиничності і випадкових особливостях – до схематичної умови.

Вивченню аспектів розвитку просторових уявлень та просторового мислення присвячений ряд робіт педагогів і психологів: А.В. Белошиста, Л.В.Вайткунене, Л.А. Венгер, Л.Л. Гурова, М.Р. Дружинін, А.В. Запорожець, І.Я.Каплунович, В.А. Крутецький, К.Д. Мдівані, К.А. Славська, В.М.Тіхоміров, А.І. Фетісов, А.Я. Цукарь, Н.Ф. Четверухін, Ф.Н. Шемякін, І.С. Якіманська та ін. Так, Б.Г.Ананьев указував, що просторові уявлення є одним з показників загального розвитку психічної діяльності [10, с. 20].

Проблема розвитку в учнів просторових уявлень в психолого-педагогічних науках тісно пов'язана проблемою формування в учнів просторового мислення і є однією з найважливіших в педагогічній психології. Її вивчення має велике значення на всіх рівнях пізнання дійсності тому, як життя будь-якої людини проходить при постійній орієнтації в світі просторових об'єктів.

«Простір є формальною властивістю всякого сприйняття зовнішнього світу» - І.Кант [26, с. 11]. При створенні уявної картини світу просторові особливості його організації мають велике значення для ефективного і адаптивного існування людини.

С.Л. Рубінштейн називав проблему просторових уявлень і просторової орієнтації вузловою проблемою психології, якій приділяли особливу увагу всі великі психологи [26, с. 11].

Дійсно, просторове мислення завжди привертало увагу дослідників. Сучасна наука має в своєму розпорядженні багатий теоретичний і емпіричний матеріал, що свідчить про те, що створення просторових образів, оперування ними в думці і орієнтація в просторі є фундаментальною особливістю інтелекту людини.

І.Я.Каплунович вважає, що просторове мислення є специфічним видом розумової діяльності, що має складну ієрархічну структуру, яка включає різні операції, види, типи і образи операції [10, с. 31]. Визначаються такі складові просторового мислення, як просторові уявлення. Просторові уявлення є створення або актуалізація образів шляхом сприйняття реальних об'єктів, їх графічних зображень.

Сучасна психологія розглядає мислення, як варіативний і досить неоднорідний процес, конкретні форми протікання якого залежать від багатьох чинників. Найпоширенішою класифікацією є виділення трьох видів мислення за його формою: наочно-дійове (практично-дійове), образне (наочно-образне) та словесно-логічне (або поняттєве, вербальне, дискурсивне, теоретичне). Ці види мислення в такій послідовності розвиваються в людини як у філогенезі, так і в онтогенезі.

Розвиток просторового мислення учнів відбувається у процесі накопичення зорових образів математичних понять, термінології; вироблення вмінь оперувати зоровими образами в найрізноманітніших ситуаціях;

конструювання нових образів на основі усвідомлених і вже сформованих; формування просторової картини світу.

Геометрія, як предмет відіграє важливу роль у формуванні образного, логічного мислення, розвитку уяви просторових уявлень, практичних умінь і навичок.

Просторове мислення на уроках геометрії розвивається за допомогою розв'язування різних задач. Це можуть бути мислительні задачі, задачі на дослідження, побудову.

Центральне місце в структурі навчання посідають мислительні задачі. На думку Г.С.Костюка, мислення активізується там, де перед учнями виникають запитання, на які відразу відповісти вони не можуть, там, де, сприймаючи об'єкт або згадуючи те, що їм відоме про нього, вони не можуть розкрити безпосередньо не дані зв'язки і відношення об'єктів, оперувати наявними у них знаннями з метою здобуття нових. Розв'язування будь-якої мислительної задачі на уроці геометрії починається зі сприйняття наочних зображень. Ефективне сприйняття відбувається, коли учні включаються в діяльність мислення, що є дуже важливою для розв'язування геометричних задач на дослідження.

На особливу увагу заслуговує питання співвідношення знань і мислення. Воно досить неоднозначно висвітлюється в науково-педагогічній літературі. П.Я.Гальперін вважає, що важливо не мислити, але знати, що правильно організоване засвоєння знань – це і є мислення [9]. Ця точка зору виходить з того, що знання є результатом мислительної діяльності людства, а мислення окремого індивіда визначається досягнутими людськими знаннями. На основі цього доречно Шардаков М.Н. відзначає, що мислення людини проявляється у процесі розв'язування нею різного роду задач [23, с. 3].

Мислительні дії відіграють провідну роль у засвоєнні учнями системи понять. Розуміння будь-якого навчального матеріалу, особливо геометрії, вимагає від учнів, які його сприймають, певних логічних операцій, способів мислительної роботи по співвідношенню та зв'язуванню один з одним елементів отримуваної інформації. Ще однією особливістю мислення є узагальнений характер відображення дійсності. За допомогою мислення учень розпізнає істотні ознаки, що виявляються спільними для споріднених у тому чи іншому відношенні об'єктів, і уявляє їх узагальнено, оперуючи поняттями. Так він дізнається про загальні властивості металів, геометричних фігур, принципи функціонування технічних систем тощо.

Однак і в образне, і в теоретичне мислення часто вплітаються в тому чи в іншому обсязі і формі деякі види практично-дійового мислення. Наприклад, читання геометричної фігури при розв’язуванні геометричних задач на дослідження або творче конструювання успішно проходять лише за умови включення в практично-дійову мислительну діяльність образного компонента у вигляді уявлень пам’яті, образів уяви, а також відповідних понять. У цьому випадку вдумливість, винахідливість, критичність, швидкість залучення теоретичних знань, а також образів пам’яті та уяви в процесі практично-дійового мислення особливо помітно підвищують його якість.

Реалізація цих основних завдань здійснюється як при вивчені теорії так і при розв’язувані задач.

1.2Геометричні задачі та їх роль у розвитку просторового мислення

Практика функціонування сучасних освітніх закладів, що стали на шлях інноваційного розвитку, засвідчує важливість актуалізації пізнавальної активності, самостійної діяльності, саморозвитку учнів. Сучасний школяр стає дослідником процесів та явищ, які його оточують. Педагог майбутнього − в ідеалі педагог-учений, для якого педагогічне дослідження є умовою розвитку професійної майстерності. Вчителі, які по-справжньому віддані своїй справі, прагнуть у навчально-виховній діяльності прищепити навики дослідницької діяльності й своїм учням.

Саме в умовах дослідницької діяльності стають реальними якісні зміни в педагогічному мисленні вчителів та учнів, відбувається інтенсивний розвиток їхніх творчих здібностей і в результаті – ефективне формування педагога – та школяра-дослідника. Це дослідницька діяльність школярів яскраво виражається під час розв’язування геометричних задач.

В залежності від того яку вимогу поставлено у задачі, розрізняють такі види задач на обчислення, доведення, побудову і дослідження.

Якщо говорити про *задачі на обчислення*, то в них потрібно знайти число або множину чисел за даними умовами і числами, якими вони пов’язані між собою та з невідомими числами. До такого типу задач можна віднести текстові задачі і різні приклади (задачі на розв’язування рівнянь, нерівностей, їхніх систем).

У *задачах на доведення* потрібно довести сформульоване в них твердження. Тим самим вони мало відрізняються від теорем. Виходячи з цього те саме твердження подається в різних підручниках або під рубрикою теорем, або під рубрикою задач. Найважливіші твердження називають теоремами, їх використовують під час розв’язування різних задач і доведення інших теорем.

До *задач на побудову* відносять геометричні задачі, в яких потрібно побудувати ту чи іншу фігуру, що задовольняє умову задачі. Також сюди можна віднести задачі на побудову графіків функцій, діаграм, перерізів багатогранників та інших тіл.

Кінцевим результатом процесу розв’язування задачі є розв’язок.

Залежно від кількості розв’язків задачі на обчислення і побудову бувають визначені і невизначені. Визначеними називають задачі які мають скінченну кількість розв’язків, а невизначеними – ті, які мають безліч розв’язків.

На думку психологів, дидактиків і методистів задача має складатися з таких етапів: 1) аналіз формулювання задачі, тобто відокремлення того що в ній дано і що потрібно знайти, довести, або дослідити; 2) пошук плану розв’язання; 3) здійснення плану, перевірка і дослідження знайденого розв’язку, тобто доведення того, що знайдений розв’язок задовольняє вимоги задачі; 4) обговорення знайденого способу розв’язання з метою з’ясування його раціональності, можливості розв’язування задачі іншим методом чи способом.

Але часто у всіх вище перерахованих задач є частинка задачі на дослідження і навпаки до задач на дослідження часто застосовують задачі на обчислення і побудову.

Що таке задача на дослідження?

У задачах на дослідження потрібно дослідити що-небудь, перевірити, порівняти, знайти умови існування тощо. Такі задачі, як правило містять запитання: «Чи можна..?», «Чи вірно..?», «Як зміниться..?» та ін.

Наприклад: Сторони квадратів $ABCD$ і $A_1B_1C_1D_1$ рівні. Чи сумістяться при накладанні квадрати? Відповідь поясніть.

Відповідь: якщо сторони квадратів рівні то і квадрати рівні, тому при накладанні вони сумістяться.

Задачі на дослідження, які є доступними і зрозумілими за постановкою питання учням основної школи, в той же час надзвичайно змістовні в математичному і логічному відношенні – це справжні математичні дослідження в мініатюрі.

Враховуючи те, що ми розуміємо під задачами на дослідження можна твердити, що їх розв’язування суттєво розвиває просторове уявлення, логічне мислення, геометричну інтуїцію учнів. Розв'язування задач на дослідження розвиває пошукові навички дослідження практичних проблем, залучає до посильних самостійних досліджень. За допомогою задач на дослідження, і навіть найпростіших із них, найбільш глибоко усвідомлюються теоретичні відомості про основні геометричні фігури, оскільки в процесі розв'язування цих задач учні створюють наочні моделі властивостей і відношень, що вивчаються. Розв'язування задач на дослідження розвиває такі якості особистості, як увага, наполегливість і цілеспрямованість, ініціатива, винахідливість, дисциплінованість, працелюбність. Використання педагогічних програмних засобів при вивченні геометричних задач на дослідження сприяє ширшому і глибшому проникненню в суть розглядуваної проблеми. Кожен учень отримує унікальну можливість проявити свої індивідуальні здібності, отримати знання на певному рівні абстракції. В учнів формується культура роботи з геометричним матеріалом

Основними вимогами до геометричних задач на дослідження, які використовуються у програмному курсі з геометрії в основній школі, є:

1. Задачі повинні відповідати шкільним програмам і підручникам за формулюванням і змістом методів і фактів, які будуть використовувати в процесі їх розв'язування.

2. Задачі повинні бути сформульовані доступною і зрозумілою мовою, не містити термінів, з якими учні не зустрічалися і які вимагатимуть додаткових пояснень.

3. Числові дані в прикладних задачах повинні бути реальними, відповідати існуючим в практиці.

4. У змісті задачі по можливості повинен бути відображений особистий досвід учнів, місцевий матеріал, який дозволяє ефективно показати використання математичних знань і викликати в учнів пізнавальний інтерес.

5. При розв'язанні геометричних задач на дослідження у класах з поглибленим вивченням математики їх формулювання може бути розширене і являти собою деяке теоретичне зведення до проблеми, що вивчається. Сама

проблема може мати багатоступеневе розв'язання, при якому кожний наступний етап розвиває і доповнює попередній.

Часто геометричні фігури є предметом дослідження у геометричних задачах. Але вони також допомагають розв'язати різнотипні задачі у яких спочатку немає нічого геометричного.

Таким чином, якщо ми маємо справу з геометричною задачею , то ми повинні розглянути деяку геометричну фігуру. Дану фігуру ми можемо уявити собі, або ж зобразити її на папері у вигляді малюнка. Часто ми уявляємо собі фігуру, тому що не бажаємо намалювати її. Але якщо потрібно оперувати її елементами то краще зробити малюнок. Бо якщо, елементів багато то ми не можемо їх всіх уявити одночасно, або можемо забути її тоді як на папері ми можемо їх всіх зобразити.

Розглянемо яку роль відіграє малюнок і задача на дослідження у задачі на побудову.

Коли ми детально розглядаємо задачу на побудову, ми малюємо малюнок і наносимо на нього всі дані, які є в умові задачі. Щоб виразно уявити собі задачу, ми повинні розглянути кожну задану деталь задачі окремо, і об'єднати все розглядаючи умову, як єдине ціле. Тому аналізувати задачу не маючи перед собою малюнка дуже складно. З іншої сторони ми приступаємо до дослідження. Ми починаємо досліджувати чи можна взагалі побудувати дану фігуру, яка буде задовольняти умову задачі. Тому ми не можемо сказати «так» не отримавши кінцевого розв'язку. Але все ж таки ми припускаємо,що це можливо і малюємо фігуру яка задовольняє умову задачі. Тоді доводимо це, і досліджуємо у яких випадках це справедливо.

Метод підходу до розв'язування задач на побудову полягає у тому, що ми малюємо малюнок і припускаємо що задача розв'язана.

Ідею такого методу ми можемо побачити у короткому вислові Паппа: вважай зробленим те, що потрібно зробити. Існує і інша порада: намалюй уявлену фігуру, допусти, що умови задачі повністю виконуються.[32, с76].

Не зважаючи на необхідність та корисність дослідження у розв'язуванні задач на побудову, йому у школі приділяється недостатньо уваги, оскільки матеріалу для вивчення багато, а годин, відведених на їх вивчення мало. Аналізуючи навчально-методичну літературу, можна зробити висновок, що і в ній недостатньо уваги приділено етапу дослідження.

Потрібно відмітити, що проводити дослідження необхідно і під час аналізу задачі на побудову. Оскільки буває необхідно визначити конкретний вигляд тої чи тої геометричної фігури. Виникають запитання: чи взагалі можлива побудова; чи вибраний спосіб розв’язування єдиний, чи можливо декілька розв’язань; який спосіб побудови є раціональним?

Розглянемо приклад 1.

Задача. Побудувати коло радіуса r, яке проходить через дану точку А і ділиться навпіл даною прямою XY .

Розв'язання.

1. Аналіз. Нехай К1(О; r) - шукане коло (рис. 1). Оскільки коло ділиться прямою XY навпіл, то його центр має належати цій прямій. Радіус цього кола має дорівнювати r , а саме коло проходити через точку А. Отже, центр кола К1(О; г) має лежати на колі К 2(А; г) .

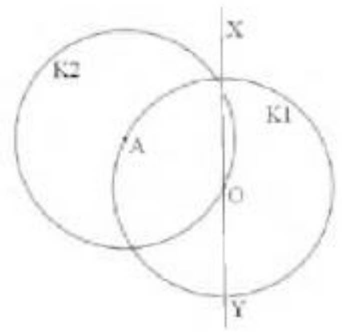


Рис. 1.

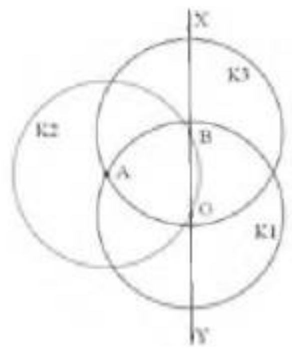


Рис. 2.

2. Побудова.

1. Будуємо коло К2(А; r), К2(А; r) ∩ (XY) = {O, B} .

2. Будуємо К1(О; r) та К3(В; r) - шукані (рис. 2).

3. Доведення. Кожне з кіл К1(0; г) та К3(В; г) ділиться навпіл прямою XY, бо центри О та В лежать на прямій X ї . Тобто вимога задачі - поділити коло навпіл – виконується.

Кожне з кіл К1(О; г) та К 3(В; г) проходить через точку А , бо відстань від точки А до центрів О та В дорівнює r .

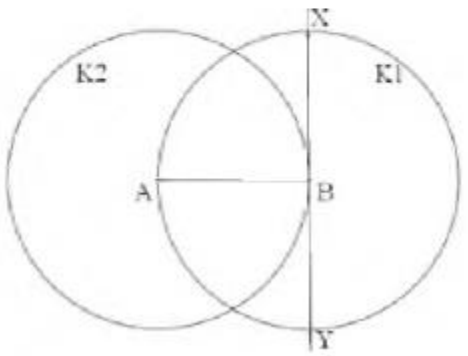
Обидві вимоги задачі виконуються, отже, К1(О; r) та К 3(В; r) - шукані.

4. Дослідження. А чи завжди задача матиме розв’язок? Розглядаємо дані величини в задачі як параметри. Тобто розглянемо три загальні випадки, коли коло матиме різні радіуси.

1. Шукане коло перетинає пряму XY у двох точках, тоді задача має два розв’язки. Ситуація можлива якщо р(Л; X Y) < r (рис. 2).

2. Шукане коло дотикається до прямої X ї , тоді задача має один розв’язок.

Ситуація можлива, якщо р(Л; XY) = r (рис. 3).



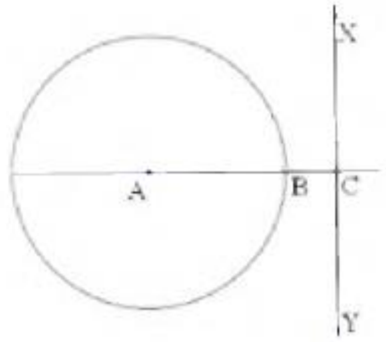


Рис. 3. Рис. 4.

3. Шукане коло не має спільних точок з прямою XY, тоді задача не має розв’язків. Ситуація можлива, якщо р(А; XY) > r (рис. 4).

З даного прикладу випливає,що елементи дослідження присутні в геометричних задачах на побудову. До складу дослідження мають входити відповіді на запитання про те, чи при будь-якому виборі даних задача має розв’язок, а якщо не при будь-яких, то при якому виборі даних задача має розв’язок, а при якому не має; за яких умов задача має той чи інший розв’язок.

Тепер розглянемо приклад задачі на дослідження де використовується задача на обчислення.

Приклад 2.

Задача. Як зміниться площа круга, якщо його радіус:

1) збільшити в 3 рази;

2) зменшити в 2 рази.

Приступаючи до розв'язання даної задачі учневі необхідно дослідити площу круга, враховуючи дві вище написані умови. Для початку учень мав би написати загальну формулу за якою обчислюється площа круга $S = \pi R^2$. Тоді перейти до першої умови і записати формулу для площі круга у якого радіус збільшений у 3 рази, тобто якщо $R = 3R_1$, то $S_1 = \pi \cdot (3\mathrm{R})^2 = 9\pi R^2$. Виконавши арифметичні дії $\frac{S_1}{S} = \frac{9\pi R^2}{\pi R^2} = 9$ учень мав би прийти до такого висновку: якщо радіус збільшити в 3 рази, то площа круга збільшиться в 9 разів.

Таке ж саме дослідження потрібно виконати враховуючи другу умову, коли радіус зменшиться у 2 рази. Записавши як зміниться радіус а саме $R = \frac{R_1}{2}$ учень записує формулу площі круга $S_1 = \pi \cdot (\frac{R}{2})^2 = \pi \frac{R^2}{4}$ і переходить до арифметичних дій $\frac{S}{S_1} = \frac{\pi R^2}{\pi \frac{R^2}{4}} = 4$. Проробивши все те саме, що і у першому випадку учень мав би зробити наступний висновок, що коли радіус зменшити у 2 рази, то площа круга зменшиться в 4 рази.

Тепер оцінимо цю задачу і подивимось яка її роль у розвитку просторового мислення.

По-перше, читаючи умову задачі учень мав би уявити собі круг, тоді починає оперувати його елементами, це радіус круга. Після написання формули для площі круга він приступає до обчислення і на основі обчислення робить висновки.

Як бачимо просторове мислення тісно пов'язане із геометричними задачами на дослідження.

Щодо важливості вивчення учнями 7-9 класів геометричних задач на дослідження, то вони повинні відповідати наступним вимогам: а) вони є важливим компонентом евристичної діяльності учнів, яка сприяє формуванню необхідних умінь і навичок у процесі навчання геометрії; б) підвищення якості навчання в умовах дослідницької діяльності можливе шляхом виконання учнями системи евристично орієнтованих задач, що сприяє актуалізації пошукових ситуацій, у процесі «проживання» яких відбувається формування прийомів дослідження геометричних понять.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИКА ВИВЧЕННЯ ГЕОМЕТРИЧНИХ ЗАДАЧ НА ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1. Методика вивчення геометричних задач на дослідження

З перших етапів вивчення геометрії необхідно пов'язати в єдину систему розповідь вчителя, текст підручника, відповідні записи на дошці і в зошиті з малюнками, які є опорою для учнів під час самостійної роботи.

Перші уроки систематичного курсу планіметрії досить важкі, так як на них систематизуються одержані раніше знання про взаємне розміщення точок та прямих на площині. Це обумовлене: психічними особливостями учнів цього віку, виділенням курсу геометрії в окрему навчальну дисципліну і новизною його структури, різним підвищенням рівня строгості логічних міркувань, введенням більшого числа нових понять, термінів, нової символіки, підвищення рівня абстрактності вивченого матеріалу, новим змістом заданого матеріалу, недостатнім розвитком просторових уявлень учнів, несформуванням умінь і навичок узагальнення, абстрагування. Методика викладання перших розділів планіметрії пропонує поступовий перехід від конкретного до загального, постійне звертання до оточуючої дійсності і іншим засобам наочності, велика увага навчанню учнів умінню логічно міркувати, обґрунтовувати, доводити висловлені твердження, орієнтуватися у вивчених математичних твердженнях, аксіомах, теоремах, означеннях, які для них являються новими.

Метою навчання геометрії в 7-9 класах є систематичне вивчення властивостей геометричних фігур на площині, формування просторових уявлень, розвиток логічного мислення, засвоєння апарату, потрібного для вивчення суміжних дисциплін (фізики, географії, креслення, трудового навчання та ін.). Визначена мета має досягатися забезпеченням раціонального поєднання логічної чіткості та геометричної наочності, розвитком інтуїції, послідовною реалізацією ідеї дедуктивної побудови математичної теорії і формуванням у зв'язку з цим потреби обґрунтовувати твердження під час доведення теорем і розв'язування задач; цілеспрямованим навчанням учнів виокремленню геометричних форм і відношень, фактів у предметах і явищах навколишньої дійсності; реалізацією практичної спрямованості курсу застосуванням геометричного апарату до розв'язування задач на обчислення, доведення, дослідження і побудову, зокрема прикладного і міжпредметного змісту.

У процесі навчання математиці відбуваються два взаємозв'язаних процеси: засвоєння учнями готових, набутих суспільством наукових знань як основи їх свідомості і розвиток здатності учнів самостійно мислити та виробляти уміння цілеспрямованого використання знань і навичок у майбутній суспільній діяльності. Між обсягом предметних (зокрема, математичних) знань, що їх засвоює учень, і рівнем розвитку його самостійного мислення, як свідчить досвід, не має прямої залежності такого виду: «чим більше знаєш, тим краще мислиш». Можна організувати навчальну діяльність учня так, що він добре запам'ятає означення понять, формулювання теорем та їх доведення, оволодіє певними алгоритмами певних математичних операцій і навчиться за їх допомогою розв'язувати задачі, але самостійно мислити, думати не зможе. Такий учень, «наповнений» готовими знаннями, схемами інтелектуальних операцій і дій може використовувати свої математичні знання, як правило, тільки в певних стандартних умовах. Поєднати, взаємопов'язати процеси засвоєння знань і розвиток мислення – найголовніше завдання в формуванні світогляду учнів. Цього можна досягти тільки за суворого дотримання відомого логічного принципу, який вважають основою діалектики – розвивати мислення через подолання суперечностей, ставити в процесі оволодіння знаннями інтелект учня перед суперечностями й допомагати їх переборювати [25, с. 90].

Саме при розв'язування задач на дослідження вивчення геометрії спонукає до активного розвитку аналітичного мислення учнів і вміння застосовувати знання на практиці. Тому на нині є досить актуальним питання методики навчання геометрії в школі, адже від цього залежить рівень знань та міцності їх засвоєння учнями.

Розв’язування геометричних задач на дослідження покликане:

- орієнтувати навчальну діяльність на нові досягнення математичної науки;

- формувати вміння практичного використання методики розв’язування задач з використанням дослідження;

- формувати просторове мислення школярів;

- формувати системне мислення, що виявляється в цілісному сприйнятті різних геометричних явищ, здатності встановлювати причинно-наслідкові зв'язки.

Організаційні форми і методи вивчення геометричних задач на дослідження мають враховувати цілі і завдання вивчення геометрії у 7-9 класах, вікові особливості учнів, особливості їх навчальної діяльності (потреби, мотиви, операції, способи діяльності), рівні навчальних досягнень і забезпечувати діяльнісний підхід у процесі засвоєння геометричного матеріалу.

Досить важливим питанням є методична правильність викладання геометричних задач на дослідження в сучасній основній школі, з урахуванням шкільної програми та кількістю уроків. Для того, щоб правильно це зробити, необхідно враховувати наступні методичні рекомендації: вивчення геометричних задач на дослідження має бути конкретним та активним, розвивати в учнів просторові уявлення та логічне мислення, повинно зацікавлювати дітей, щоб вони бачили практичне застосування нових знань.

Система задач на дослідження має задовольняти такі вимоги: враховувати цілі вивчення теми, її зміст, рівні програмових вимог до підготовки учнів; сприяти виробленню вмінь і навичок; реалізовувати функції задач у навчанні (розвивальну, навчальну, виховну, прогнозуючу, контролюючу); забезпечувати збільшення питомої ваги самостійної навчальної діяльності учнів; включати різнотипові задачі, складність яких зростає поступово.

Вивчення способів та прийомів розв’язування геометричних задач на дослідження покращується, якщо раціонально поєднувати фронтальну, групову та індивідуальну форми організації навчальної діяльності. Фронтальна форма роботи доцільна під час актуалізації опорних знань, ознайомлення з новими геометричними поняттями. На етапах засвоєння нових знань і способів діяльності, їх застосування і узагальнення рекомендується використовувати групову та індивідуальну форми організації навчальної діяльності.

Педагогічна взаємодія в процесі розв’язання геометричних задач на дослідження, що спрямована на стимулювання становлення евристичної діяльності учня, являє собою послідовне вдосконалювання педагогічної діяльності в напрямку її технологізації і проходить через чотири етапи.

На першому етапі задачі на дослідження використовуються ситуативно для досягнення різних дидактичних цілей уроку (актуалізація знань, спонукання до сприйняття нового матеріалу, диференціювання процесу засвоєння нових знань, контроль) і стимулювання пізнавального інтересу учнів, активізації їхньої пізнавальної активності.

На другому етапі для стимулювання пізнавальної самостійності учнів використовуються характерні форми організації процесу розв’язання задачі на дослідження. Усна робота – для задач визначеного змісту, діалогічне співробітництво – для напіввизначених задач і групова робота – для невизначених задач на дослідження.

На третьому етапі активно використовується принцип «розвитку» задачі, що стимулює вияв пізнавальної самодіяльності учнів під час послідовного застосування всієї методичної моделі.

Четвертий етап припускає творче застосування методики.

Дуже часто геометричні задачі потребують теоретичних знань, знання теорем з різних тем, це стосується і задач на дослідження. Вивчення теорем має й елементи дослідження, які згодом використовуються у процесі розв’язування геометричних задач на дослідження. У всіх підручниках з геометрії для основної школи, так повелося, що спочатку дається готовий текст теореми з остаточно сформульованою шуканою залежністю, а учням залишається тільки засвоїти саме доведення справедливості поданої в готовому вигляді закономірності. Коли ми хочемо викликати в дітей більшу зацікавленість, пробудити в них інтерес дослідницького характеру, то доцільніше буде починати нову теорему з формулювання завдання в загально цільовому напрямі з таким розрахунком, щоб вона була остаточно розшифрована і сформульована тільки в кінці дослідження – доведення, тобто так, як це буває в кожного дослідника.

Одним із важливих питань методики вивчення геометричних задач на дослідження є правильно підібрані задачі, які потрібно розв'язувати на уроці. В класі бажано розглядати питання теорії і розв'язувати найбільш складні геометричні задачі на дослідження. Домашні ж завдання повинні бути аналогічними до тих, які виконувались на уроці.

Для того щоб правильно розв'язувати різні питання методики геометричних задач на дослідження, слід виходити з досить обґрунтованих загальних принципових положень. Одне з таких положень полягає в тому, щоб завжди враховувати, що таке геометрична задача на дослідження і що означає розв'язати геометричну задачу на дослідження.

Формування прийомів і методів розв'язування геометричних задач на дослідження забезпечується:

1) додержанням дидактичних принципів евристичного навчання у поєднанні з психологічними і дидактичними принципами розвиваючого навчання;

2) систематичним залученням до мети навчання оволодіння евристичними вміннями: аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення та використання аналогій;

3) включенням до змісту навчання геометрії системи евристично орієнтованих задач;

4) орієнтацією на цілеспрямоване та систематичне використання прийомів, методів дослідження, які органічно поєднані з традиційними;

5) організацією навчального процесу з геометрії через актуалізацію дослідницьких ситуацій, в основі яких лежить задача на дослідження;

6) ефективним використанням сучасних інформаційних технологій навчання поряд з традиційними засобами навчання.

Розглянемо деякі методи розв’язування геометричних задач на дослідження.

Для того щоб легше було розв’язувати задачі з геометрії достатньо визначити до якого методу належить задача, і можна скористатися наведеним алгоритмом конкретного методу.

Методи розв’язування геометричних задач поділяються на геометричні методи і аналітичні методи.

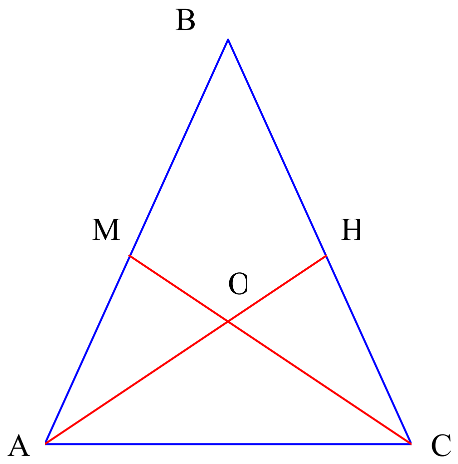
До геометричних методів належать:

- *використання «ключового» трикутника, рівності та подібності трикутників, властивостей геометричних фігур;*

Наприклад:

<u>Задача 1.</u>

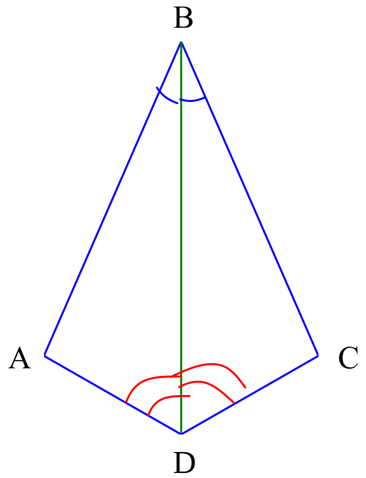
На бічних сторонах рівнобедреного трикутника ABC (AB=BC) від вершин A і C відкладено рівні відрізки AM і CH («Рис.»). Відрізки CM і AH перетинаються в точці O. Дослідіть якого виду трикутник AOC.

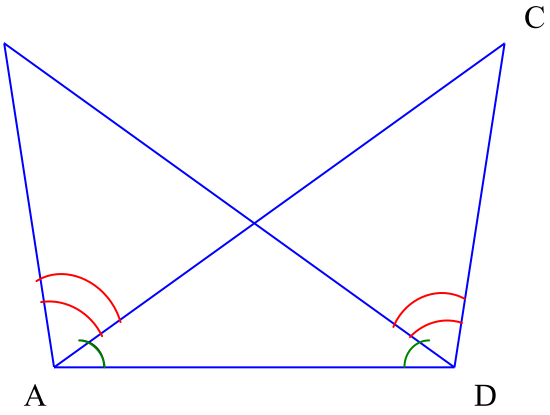


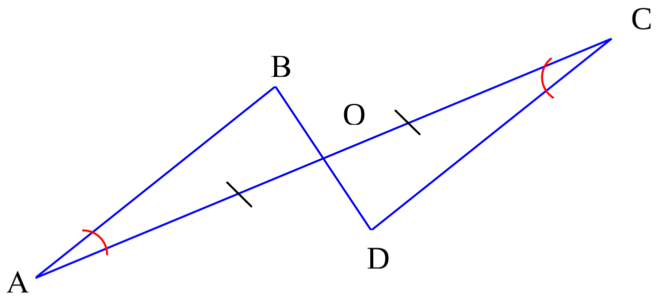
Для того щоб дослідити якого виду трикутник AOC учневі потрібно розглянути два трикутники це $\triangle AMC$ і $\triangle AHC$. Тоді застосувавши першу ознаку рівності трикутників учень мав би показати що ці два трикутники рівні. Тоді $\angle HAC = \angle ACM$. А це свідчить про те, що трикутник AOC рівнобедрений.

<u>Задача 2.</u>

Дослідіть, які з трикутників, що подані на рисунках 1-3 є рівні.







Для того щоб розв'язати дану задачу потрібно учневі пригадати ознаки рівності трикутників. Для цієї задачі учень мав би використати другу ознаку рівності трикутників. Тому що саме у другій ознаці використовується сторона і прилеглі до неї кути. Дослідження цієї задачі полягає у тому, що потрібно визначити у кожному трикутнику сторону і прилеглі до неї кути.

- *метод геометричних перетворень (симетрія відносно осі та точки, паралельне перенесення, поворот, подібність фігур);*

Наприклад:

<u>Задача 1.</u>

Відрізки AB і CD рівні. В якому випадку існує паралельне перенесення, що переводить один із цих відрізків у другий?

Учневі у даній задачі потрібно дослідити якими повинні бути ці відрізки, що існувало паралельне перенесення. Може бути три випадки а саме, ці відрізки можуть перетинатися, бути паралельними, і лежати на одній прямі.

Враховуючи те, що коли відрізки будуть перетинатися то паралельного перенесення не буде існувати яке переведе один із цих відрізків у інший. З цього дослідження учень мав би зробити такий висновок, для того щоб існувало паралельне перенесення ці відрізки повинні бути паралельні або лежати на одній прямі.

До аналітичних методів належать:

- *введення невідомих відрізків та кутів і використання рівнянь та їх системи чи властивостей функцій*;

Якщо умовою геометричної задачі взагалі не дано відрізки, або дані відрізки та кути не можна об'єднати в зручний для розв'язування задачі трикутник, то зазвичай вводять невідомий відрізок (або невідомий кут, або кілька невідомих).

План розв'язання

1. Позначимо якоюсь буквою, наприклад x невідомий відрізок (або кут, або кілька невідомих).
2. Спробуємо скласти рівняння (чи систему рівнянь) з уведеним невідомим.
3. Розв'язуємо одержане рівняння (чи систему рівнянь) або перетворюємо його (її) таким чином, щоб дістати відповідь на запитання задачі). З одержаних розв'язків вибираємо ті, які задовольняють умові геометричної задачі.

Наприклад:

Задача 1.

Одна сторона трикутника менша від другої на 1см і більша за третю на 3 см. Чи може периметр трикутника дорівнювати 10см?

Розв'язуючи дану задачу учень мав би позначити одну сторону через x і розв'язати рівняння $x+(x+1)+(x-3)=10$. Розв'язавши дане рівняння учень одержить сторони трикутника, які дорівнюють 4, 5, 1. Тоді провівши невеличке дослідження він мав би прийти до висновку, що трикутника з даними сторонами не існує, тому що найбільша сторона трикутника повинна бути меншою за суму двох інших сторін цього трикутника.

- *метод площ*;

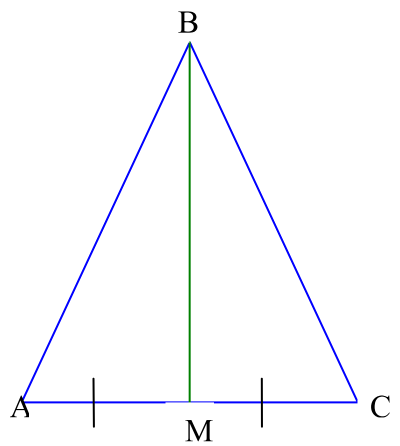
Зміст деяких варіантів методу площ

1. Розбити даний многокутник на частини і записати окремо площу всього многокутника і окремо суму площ його частин та прирівняти одержані величини.
2. Щоб знайти відношення відрізків, розміщених на одній прямій, іноді буває корисним замінити відношення відрізків відношенням площ трикутників зі спільною вершиною, основами яких є розглядувані відрізки.

Наприклад:

Задача 1.

У рівнобедреному трикутнику проведено медіану. Дослідіть в якому відношенні розділилась його площа? Відповідь обґрунтуйте.

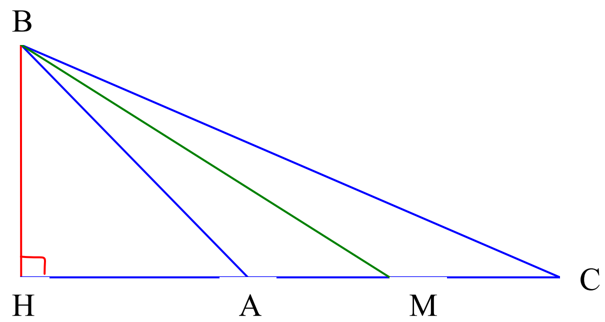


Щоб дослідити у якому відношенні розділилась площа трикутника ABC учень мав би знайти площі трикутників ABM і BMC. Після знаходження цих площ йому доцільно порівняти їх і прийшовши до висновку, що площі трикутників рівні слідує те, що медіана ділить площу трикутника ABC навпіл.

Добре коли нам дано рівнобедрений трикутник, але бувають випадки коли задано наприклад тупокутний трикутник.

Задача 2.

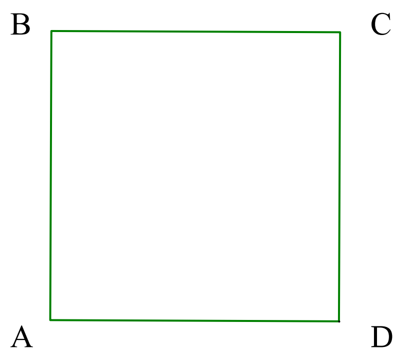
У тупокутному трикутнику ABC проведено медіану BM. Дослідіть в якому відношенні розділилась його площа? Відповідь обґрунтуйте.

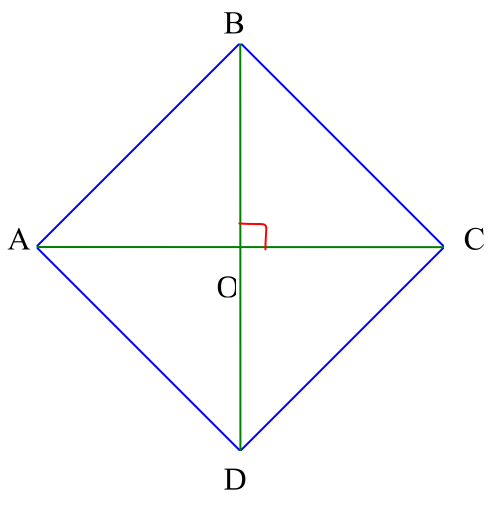


Розв’язуючи дану задачу учень мав би справу з площею трикутника, яка обчислюється за формулою $S=\frac{1}{2}ah$. У ролі a в нього буде основа трикутника AC, а h це буде висота трикутника. Дальше учень мав би звернути увагу на те, що заданий трикутник є тупокутнім. Використовуючи відомий факт,що у тупокутному трикутнику висоти, проведені з вершин гострих кутів, лежать зовні трикутника. Щоб дослідити цей факт у якому відношенні розділиться площа трикутника ABC, учень мав би знайти площі трикутників ABM і BMC. У даному випадку для трикутника ABM висотою буде відрізок BH, і для трикутника MBC, висота теж буде BH. Основи трикутників будуть рівні, тому і площі цих трикутників рівні. З цих міркувань учень мав би зробити висновок, що медіана BM ділить площу трикутника ABC навпіл.

Задача 3.

Квадрат і ромб мають рівні периметри. Дослідити площа якої фігури більша?





Оскільки учень буде мати справу з площами квадрата і ромба то доцільно записати формули. Площа квадрата $S = a^2$, площа ромба $S = ah$, де h це висота ромба, а з іншої сторони це катет прямокутного трикутника з гіпотенузою a , тобто $h < a$. Провівши відповідне дослідження учень мав би сказати, що площа квадрата більша за площу ромба. Дослідження полягає у тому, що добуток висоти на сторону буде меншим за квадрат цієї сторони.

- *координатний метод;*

Розв'язуючи задачу методом координат, дану фігуру слід розміщувати відносно осей координат так, щоб якнайбільше координат потрібних точок дорівнювали нулю, а також одному і тому самому числу. Наприклад координати вершин прямокутника ABCD доцільно взяти такі: $A(0;0), \mathrm{B}(0;b), \mathrm{C}(\mathrm{a};\mathrm{b}), \mathrm{D}(\mathrm{a};0)$

Щоб застосувати метод координат:

1) потрібно накреслити задану фігуру та ввести прямокутну систему координат (для цього вкажіть розміщення початку координат та осей абсцис і ординат відносно даної фігури);
2) потрібно визначити координати точок даної фігури;
3) скористатися відомими формулами.

Наприклад:

<u>Задача 1.</u> Чи існують подібні трикутники з відповідно пропорційними координатами?

Для того, щоб дослідити існування таких трикутників, достатньо навести один приклад. Трикутники з вершинами в точках (1;1), (2;1), (1;2) і (2;2), (4;2), (2;4). Дані трикутники мають пропорційні відповідні координати.

<u>Задача 2.</u> Дано трикутник АВС: $A(\alpha_1, \mathrm{b}_1), B(\alpha_2, \mathrm{b}_2), C(\alpha_3, \mathrm{b}_3)$. Дослідити який буде трикутник симетричний даному відносно:

а) початку координат;

б) осі абсцис;

в) осі ординат.

Для того щоб розв'язати дану задачу учень для початку мав би накреслити систему координат і на ній зобразити заданий трикутник ABC. А тоді проводячи дослідження, як зміняться координати трикутника якщо його симетрично відобразити відносно початку координат, осі абсцис і осі ординат. Проробивши дані дослідження учень мав би записати координати нового трикутника.

У першому випадку це буде трикутник з координатами $A(-\alpha_1, -\mathrm{b}_1), B(-\alpha_2, -\mathrm{b}_2), C(-\alpha_3, -\mathrm{b}_3)$.

У другому випадку це буде трикутник, який буде мати наступні координати: $A(\alpha_1, -\mathrm{b}_1), B(\alpha_2, -\mathrm{b}_2), C(\alpha_3, -\mathrm{b}_3)$.

І коли даний трикутник симетрично відобразити відносно осі ординат то утвориться трикутник з координатами $A(-\alpha_1, \mathrm{b}_1), B(-\alpha_2, \mathrm{b}_2), C(-\alpha_3, \mathrm{b}_3)$

- *векторний метод;*

Щоб застосувати метод векторів до розв'язування задач, треба виконати три кроки.

1. Сформулювати задачу мовою векторів. Для цього спочатку ввести базис і допоміжні вектори. Потім скласти векторну рівність.
2. Перетворити векторну рівність, користуючись законами дій над векторами і відомими векторними рівностями.
3. Перекласти знайдений результат мовою геометрії.

Наприклад:

<u>Задача 1.</u> Чи вірно, що точки A, B і C лежать на одній прямій тоді і тільки тоді, коли $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$? Відповідь обґрунтуйте.

Розв'язуючи дану задачу учень має дослідити чи лежать на одній прямій точки A, B і C. Тому що коли точки A, B і C будуть лежати на одній прямі то тоді два вектори $\overrightarrow{AB}$ і $\overrightarrow{BC}$ будуть колінеарні. З цих міркувань учень мав би зробити висновок, коли дані вектори колінеарні то виконується умова $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$.

Задача 2. Дослідити чи утворюють базис вектори, які:

1) колінеарні;

2) рівні;

3) не колінеарні.

Проводячи дослідження чи дані вектори будуть базисом учень мав би пригадати що таке базис. Впорядкована пара не колінеарних векторів називається базисом площини. Враховуючи це означення учень мав би зробити висновок що колінеарні вектори не будуть базисом. Тому базис утворюють лише рівні і не колінеарні вектори.

2.2. Система задач на дослідження по окремих темах шкільного курсу геометрії

Першооснови геометрії як науки викладаються в школі. Вона вивчає просторові форми і відношення реального світу. Наукове пізнання цих форм і відносин можливіше за наявності у людини мислення та уяви. Такі якості у людини появляються з життєвим досвідом та навчанням. Звідси слідує, що метою навчання шкільної геометрії є формування просторових уявлень та розвитку уяви і мислення в учнів. Під час навчання геометрії в школі її цілі і засоби перебувають у складних діалектичних причинно-наслідкових взаємозв’язках. Коли учень під час розв’язування геометричних задач погано уявляє форми геометричних фігур та їх деталі, він допускає помилки або зовсім губиться у подоланні труднощів. Це свідчить про те, що у нього погано розвинені просторові уява та уявлення. Формування геометричних уявлень і розвиток просторового мислення учнів на матеріалі шкільного курсу геометрії переслідує як загальнонавчальні, так і теоретико-пізнавальні цілі. Потрібно підвести учнів до розуміння істотних властивостей реального простору (симетричність, подібність, безперервність, тривимірність, нескінченність і ін.), знаннями яких вони могли б користуватися у трудовій діяльності.

Сам процес пізнання просторових форм і відношення між їх елементами протікає у людини все її життя. Але основа цього процесу починається з перших уроків геометрії, тому на цих уроках, слід ретельно виховувати ці якості у школярів.

Для досягнення розглянутих навчальних цілей геометрії можливо піти двома шляхами:

- удосконалювати зміст шкільної програми;
- застосовувати систему методів, засобів і форм організації навчальної діяльності учнів.

Якщо йти першим шляхом, то на нашу думку у шкільній програмі з геометрії мало уваги приділяється задачам на дослідження. Але ж вони є основою розвитку простого мислення школярів.

Розглянувши підручник М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова геометрія 7 клас ми вибрали тему «Трикутник і його елементи». Проаналізувавши цей параграф ми побачили, що велика увага приділється задачам на обчислення їх є 27. Задач на побудову 9, на доведення 1 задача. Що до задач на дослідження то їх є 6:

Задача 1.

Чи правильно, що у трикутнику PQR:

1) сторона PQ лежить проти кута Q;

2) кут P прилеглий до сторони r;

3) кут Q лежить між сторонами PR і QR;

4) сторона p лежить проти кута P?

Задача 2.

Чи можна із відрізків, зображених на рис.2.1 і рис.2.2, утворити трикутник? Відповідь обґрунтуйте.

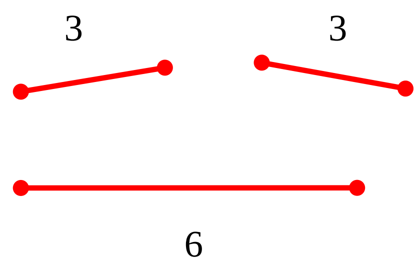


Рис.2.1

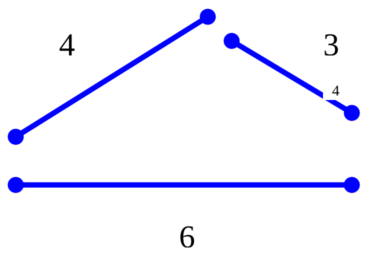


Рис.2.2

Задача 3.

Чи може трикутник мати такі сторони:

1) 2см, 3см, 4см;

2) 6см, 7см, 13см;

3) 7см, 8см, 9см?

Задача 4

Чи можна накреслити рівносторонній трикутник, який небуде рівнобедреним?

Задача 5

Чи існує трикутник із стороною 36мм і периметром 70мм?

Задача 6.

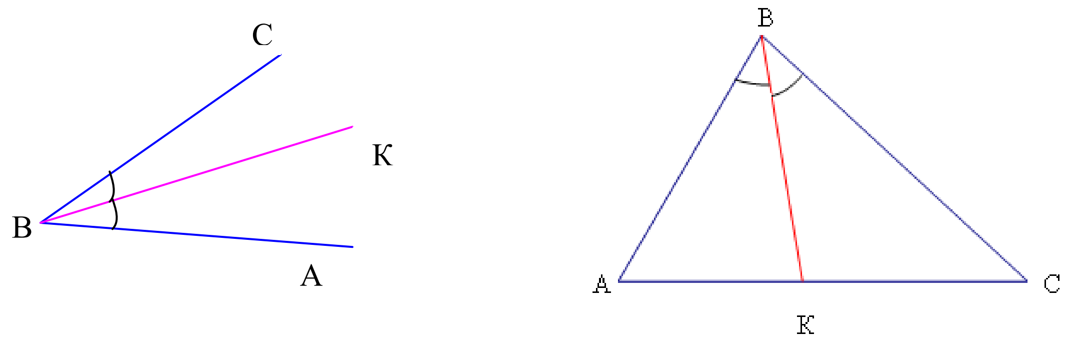
Чи може трикутник бути тупокутним, якщо основа однієї з його висот лежить: 1) на стороні трикутника; 2) на продовжені сторони трикутника; 3) у кінці сторони трикутника? Зробіть малюнки.

Ті задачі, які подані у підручнику 7 класу спрямовані на дослідження співвідношень між сторонами при яких буде існувати трикутник. Але якщо розглянути основні поняття теми: «Трикутник і його елементи» то туди належать медіана, висота і бісектриса.

Тому доцільно буде на засвоєння поняття бісектриси запропонувати дослідити наступний факт:

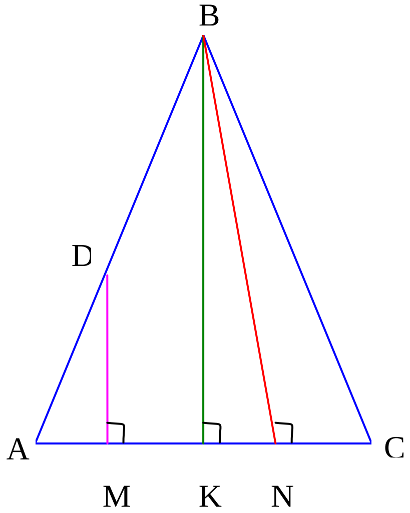
Задача 7

Чим відрізняється бісектриса трикутника від бісектриси кута?



Для того щоб дослідити даний факт учень мав би пригадати, що таке бісектриса кута і бісектриса трикутника і порівняти ці означення. Знаючи, що бісектрисою кута є промінь який виходить з вершини кута і ділить його навпіл. Якщо говорити про трикутник, то бісектрисою трикутника є відрізок бісектриси кута трикутника, що сполучає його вершину з точкою на протилежній стороні трикутника. Знаючи ці два поняття учень мав би зробити висновок у чому полягає відмінність між цими поняттями.

Під час вивчення цієї теми потрібно опрацювати таке поняття як висота трикутника і варто з учнями розв’язати таку задачу:



Задача 8

На рисунку зображено трикутник ABC. Вкажіть правильну відповідь:

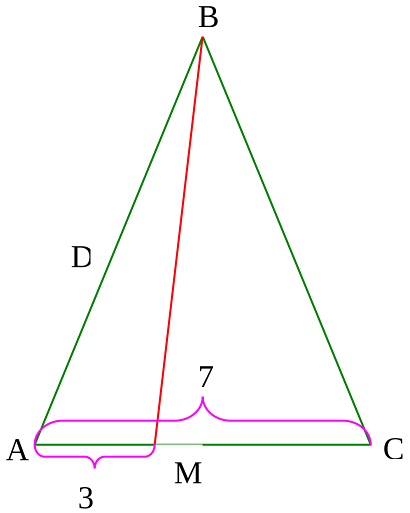
1) чи вірно, що DM є висотою трикутника ABC?

2) чи вірно, що BK є висотою трикутника ABC?

3) чи вірно, що BN є висотою трикутника ABC?

У цій задачі важливо щоб учні засвоїти те, що висота це перпендикуляр.

Пояснюючи дітям про медіану трикутника варто розглянути таку задачу:



Задача 9

Чи вірно, що BM є медіаною трикутника ABC, якщо AC=7, а AM=3см? Відповідь обґрунтуйте.

Розв’язуючи цю задачу учень має засвоїти властивість медіани трикутника.

Однак у цьому матеріалі вивчаються ще і елементи трикутника, до яких належать сторонни і кути трикутника, тому матеріал можна доповнити ще такими задачами:

Задача 10

Скільки зовнішніх кутів має трикутник? Чи є серед них рівні?

Задача 11

а) Чи може тільки одна висота трикутника співпадати з його стороною?

б) В якому трикутнику три висоти перетинаються в його вершині?

Задача 12

Який вид має трикутник, якщо один з його зовнішніх кутів дорівнює внутрішньому, суміжному з ним?

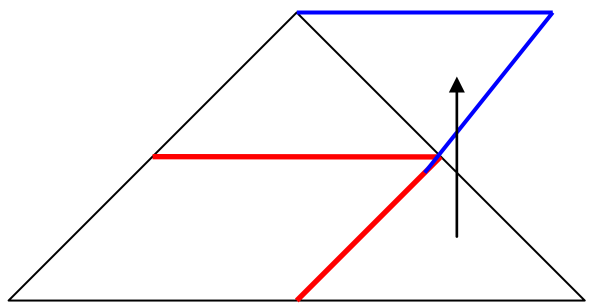
Задачі спрямовані на розуміння і кращого засвоєння геометричної фігури такої як трикутник, а токож коли учень буде оперувати його елементами це покращить його просторове мислення.

Значну роль у розвитку просторового мислення учнів відіграють геометричні задачі практичного змісту. Це задачі, які виникають в практичній діяльності. Зміст таких задач треба формулювати так, щоб поставити учнів перед потребою шукати саме оптимальний розв'язок.

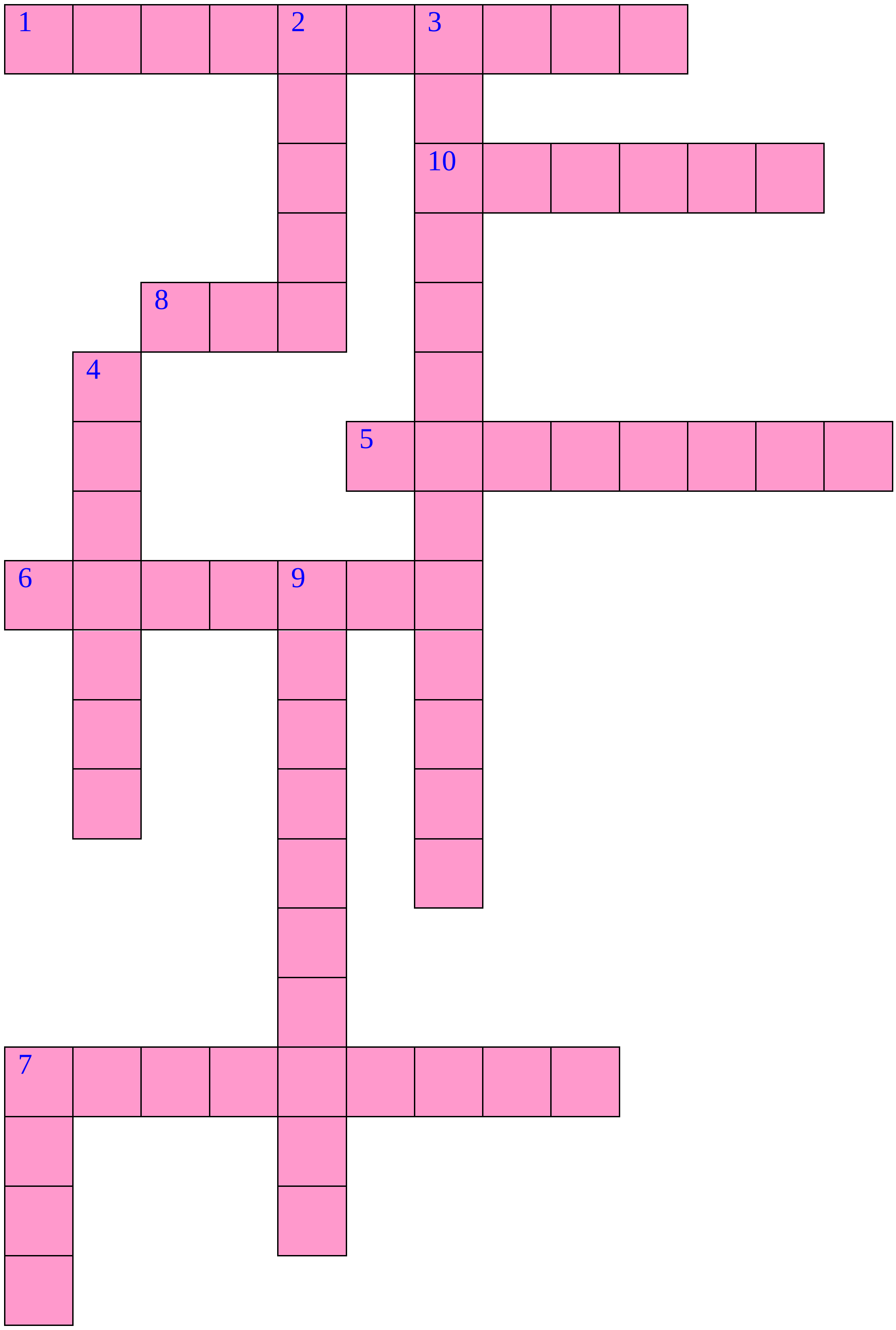
Задача 13

З кольорового паперу вирізали рівносторонній трикутник. Чи можна розрізати цей трикутник на три частини, так щоб з них можна було скласти два рівні ромби?

Наприклад розрізати можна так як показано на рисунку 1.



Формування прийомів розв’язування геометричних задач на дослідження забезпечується включенням до змісту навчання геометрії системи евристично орієнтованих задач. Прикладом таких задач є математичний кросворд. Для систематизації і узагальнення знань з теми «Трикутник і його елементи», ми пропонуємо один із математичних кросвордів.



По горизонталі: 1. Промінь, що ділить кут на дві рівні частини. 5. Сума довжин усіх сторін. 6. Давньогрецький математик. 7. Фігура, що має три сторони, три кути, три вершини. 8. Елемент трикутника. 10. Перпендикуляр проведений з вершини трикутника на протилежну його сторону.

По вертикалі: 2. Сторона прямокутного трикутника. 3. Трикутник, дві сторони якого рівні. 4. Відрізок, що сполучає вершину із серединою протилежної сторони трикутника. 7. Кут більший за $90°$, але менший за $180°$. 9. Найбільша сторона прямокутного трикутника.

Відповіді:

По горизонталі: 1. Бісектриса. 5. Периметр. 6. Піфагор. 7. Трикутник.

8. Кут. 10. Висота.

По вертикалі: 2. Катет. 3. Рівнобедрений. 4. Медіана. 7. Тупий.

9. Гіпотенуза.

Коли говорити про 8 клас, а саме про тему: «Чотирикутник і його елементи», то у підручнику М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова геометрія 8 клас також є задачі на обчислення, доведення, побудову, дослідження.

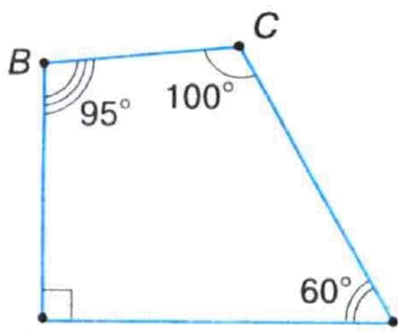
Найбільше задач на обчислення, в порівнянні із 7 класом тут збільшилась кількість задач на доведення.

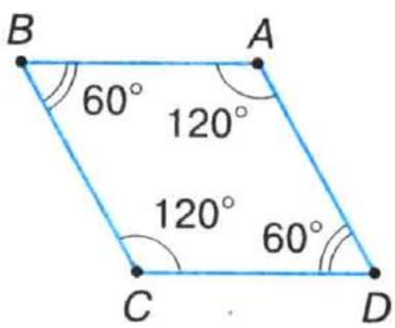
Елементами даної теми є вершини, сторонни, кути чоторикутника.

У підручнику представлені такі задачі на дослідження:

<u>Задача 1.</u>

Чи правильно вказано на рис.2.3 і рис.2.4 градусну міру кутів чотирикутника ABCD? Відповідь поясніть.





A **D**

Рис.2.3 Рис.2.4

<u>Задача 2.</u>

Чи може чотирикутник мати такі сторони:

1) 1см, 2см, 3см, 4см; 2) 2см, 3см, 5см, 10см; 3) 18см, 6см, 5см, 6см?

<u>Задача 3.</u>

Чи можуть кути чотирикутника дорівнювати:

1) $55°, 75°, 100°, 80°$; 2) $160°, 95°, 45°, 60°$; 3) $145°, 85°, 70°, 65°$?

<u>Задача 4.</u>

Чи можуть усі кути чоторикутника бути тупими? Поясніть відповідь.

<u>Задача 5.</u>

Чи можна побудувати чотирикутник у якого:

1) три кути прямі, а четвертий – тупий;

2) один з кутів дорівнює сумі трьох іншиш?

<u>Задача 6.</u>

.Чи існує чотирикутник, зовнішні кути якого дорівнюють:

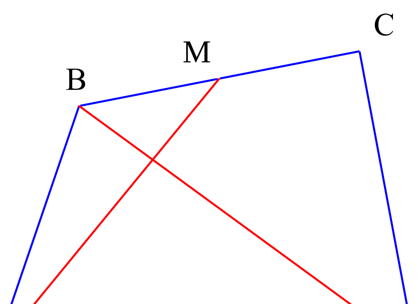
1) $120°, 80°, 59°, 101°$; 2) $49°, 98°, 68°, 125°$; 3) $100°, 55°, 160°, 45°$?

Розв’язання цих задач а саме оперування елементами чотирикутника сприятиме розвитку просторового мислення і уяви учнів.

Новим поняттям теми: «Чотирикутник і його елементи» є діагональ чотирикутника. Для кращого усвідомлення данного поняття учням доцільно запропонувати наступну задачу.

<u>Задача 7.</u>

На малюнку зображено чотирикутник ABCD. Чи вірно, що AM і BD є діагоналями даного чотирикутника. Відповідь обґрунтуйте.



Під час дослідження даного поняття учень повинен знати, що діагоналлю чотирикутника є відрізок який сполучає протилежні його вершини.

Для кращого розуміння елементів і понять чотирикутника учням варто запропонувати ще такі задачі на дослідження:

Задача 8.

Що більше – сума зовнішніх кутів чотирикутника чи сума зовнішніх кутів трикутника?

Задача 9.

Що більше – сума діагоналей чотирикутника чи сума його сторін?

Ці задачі спрямовані на співвідношення між сторонами і діагоналями чотирикутника, а також співвідношення між кутами трикутника і чотирикутника. Розв'язування запропонованих нами задач покращить розвиток просторового мислення, тому що в них відбуваєть оперування елементами чотирикутника.

Для того щоб пробудити в учнів інтерес до розв'язування геометричних задач на дослідження варто запропонувати задачі практичного змісту.

Наприклад:

Задача 10.

Дано дошку з паралельними краями. Тесляреві треба відрізати кінець дошки під кутом 45^0. Як це зробити?

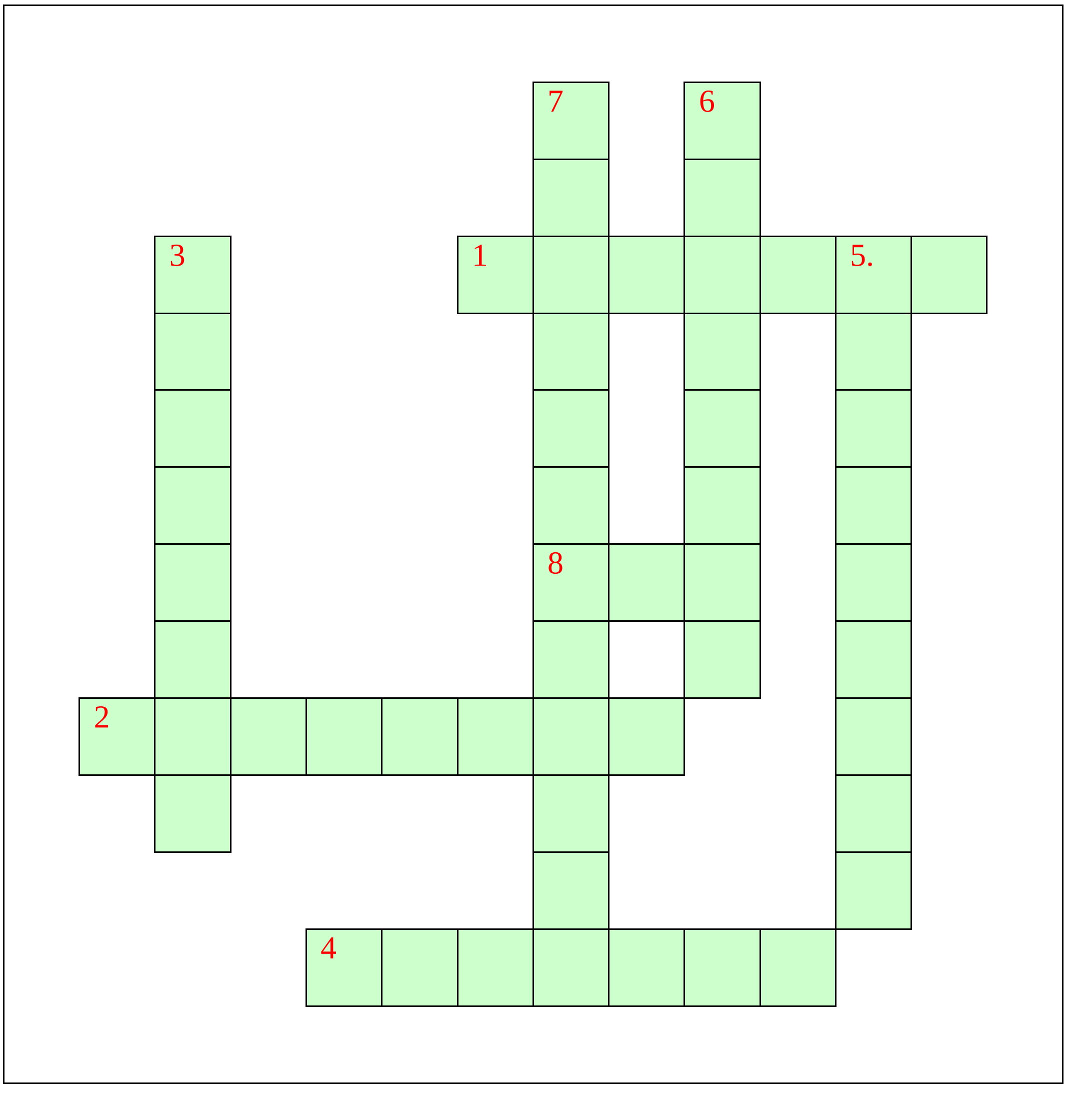
Учень мав би розв'язувати дану задачі таким чином від вершини прямого кута відкласти по довжині дошки відстань, що дорівнює її ширині. Тоді у нього утвориться квадрат. А якщо це квадрат відрізати по діагоналі це і буде під кутом $45^{0.}$ Так як показано на рисунку:

Задача 11.

Як агроному, не вимірюючи кутів чотирикутної земельної ділянки, пересвідчитись, що вона квадратна?

При розв'язувані цієї задачі учень мав би знати, що у квадрата всі сторони рівні і діагоналі теж рівні. Тому агроному треба виміряти довжину і ширину, а потім діагоналі ділянки. Відповідні розміри повинні бути рівними.

Для того щоб систематизувати знання, навички і вміння учнів з вивченої теми «Чотирикутник і його елементи», а також розширити і поглибити знання учнів з даної теми, розвивати логічне мислення і евристично діяльність учнів на уроці ми пропонуємо наступний кросворд.



По горизонталі: 1. Елемент чотирикутника. 2. Вершини, сторони, кути, чотирикутника це його…4. Чотирикутник, який лежить по один бік від будь-якої прямої, що містить його сторону. 8. Елемент чотирикутника.

По вертикалі: 3. відрізок, який сполучає протилежні вершини чотирикутника. 5. Чотирикутник, який не лежить з одного боку від прямої, що проходить через дві його сусідні вершини. 6. Сума довжин усіх сторін чотирикутника. 7. Геометрична фігура, яка складається з чотирьох точок, які не лежать на одній прямі і чотирьох відрізків, які послідовно з'єднують ці точки і не перетинаються.

Відповіді:

По горизонталі: 1. Сторона. 2. Елементи. 4. Опуклий. 8. Кут.

По вертикалі: 3. Діагональ. 5. Неопуклий. 6. Периметр. 7.Чотирикутник.

Під час вивчення теми: «Формули для радіусів описаних і вписаних кіл правильних многокутників» учні розвязують багато задач на обчислення. Тому що їх налічуєть приблизно 34, задач на доведення набагато менше, лише 3. Але саме за допомогою задач на дослідження в учнів 9 класу покращується просторова уява і мислення. У підручнику М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова геометрія 9 клас таких задач є 2. А саме:

Задача 1.

Сторони якого правильного вписанного в коло n-кутника є хордою, перпендикулярною до радіуса в його середині? Поясніть відповідь.

Задача 2

У якого правильного многокутника радіус вписаного кола вдвічі менший від сторони?

На нашу думку, у підручнику на дану тему є недостатня кількість задач на дослідження. Їх можна доповнити наступними задачами, які як і попередні сприятимуть розвитку просторового мислення учнів.

Задача 3

У трикутнику центр ваги співпадає з центром вписаного кола. Який це вид трикутника?

Задача 4

Яка залежність між радіусами вписаного і описаного кіл у рівносторонньому трикутнику?

Задача 5

Діаметр круга 18 см. Чи можна з нього вирізати квадрат із стороною 13см?

Задача 6

Два рівних кола перетинаються так, що центр одного кола лежить на другому колі. Чи правильний трикутник, вершинами якого є точка перетину і центри даних кіл?

Задача 7

Два рівних кола перетинаються так, що центр одного кола лежить на другому колі. Через одну їх точку перетину проведемо спільну січну, дві інші точки перетину якої з колами сполучено відрізками з другою точкою перетину кіл. Якого виду трикутник утворився при цьому?

Задача 8

У якого правильного многокутника центральний кут дорівнює зовнішньому його куту?

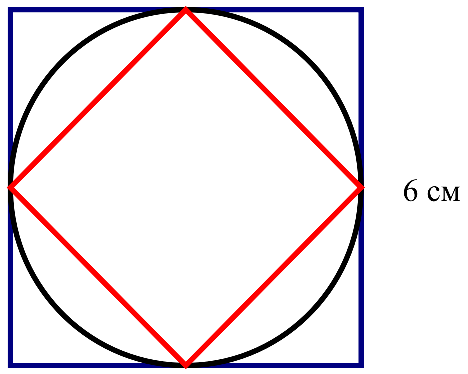
Коли ми хочемо викликати в дітей більшу зацікавленість, пробудити в них інтерес дослідницького характеру, то доцільно запропонувати їм задачі на дослідження практичного змісту. Ми наведемо декілька таких задач.

Задача 9

У дворі нашої школи є клумба квадратної форми. Навесні ми будемо садити квіти на нашу клумбу. Спочатку ми будемо садити конвалії по колу, яке можна вписати в квадратну клумбу. Потім тюльпани – в формі квадрата, який вписаний в коло. Дослідіть скільки саджанців конвалій і цибулин тюльпанів потрібно посадити, якщо розміри клумби 6×6 квадратних метрів? Садити квіти потрібно через кожні 20 см.

Прочитавши таку нестандартну мову задачі, ми думаємо учням буде цікаво розв’язувати її.

Приступивши до розв’язування учень мав би врахувати той факт, що коли коло вписане у квадрат, то радіус кола дорівнює половині сторони квадрата. У нашому випадку $R = r = 3м$. Для того щоб дослідити скільки саджанців конвалій потрібно посадити, учневі необхідно знайти периметр круга який обчислюється за формулою: $L = 2\pi R$. Підставивши у дану формулу відомі значення учень мав би отримати наступне $L = 3 \cdot 3{,}14 \cdot 3 = 18{,}84 \approx 19(\text{м})$. Отже площа круга приблизно 19 метрів, але квіти потрібно садити через кожні 20 сантиметрів тому $19 : 0{,}2 = 95(шт)$. Отже провівши такі обчислення учень мав би прийти до висновку, що потрібно 95 саджанців конвалії.



Для того щоб дослідити учневі скільки потрібно цибулин тюльпанів йому потрібно знайти периметр квадрата. Сторона вписаного квадрата буде дорівнювати $3\sqrt{2}$ м. Тоді учень мав би знайти периметр квадрата $3\sqrt{2} \cdot 4 \approx 16{,}8(\text{м})$, але щоб розв’язати до кінця задачу йому потрібно, $16{,}8 : 0{,}2 = 84(\text{шт})$ тобто для посадки тюльпанів треба 84 цибулини.

Наступна задача яку ми хочемо запропонувати учням також має цікаву умову.

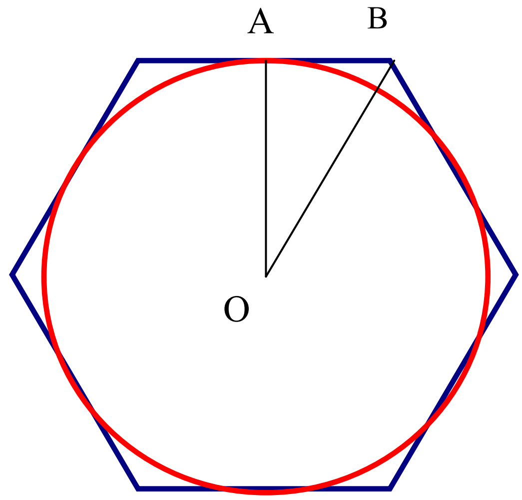
<u>Задача 10</u>

В кондитерському цеху зробили круглий торт радіусом 18 см. Для пакування є два види коробок: квадратної форми і форма правильного шестикутника. Дослідіть в яку коробку поміститься торт, якщо сторона квадратної коробки 36см, а шестикутної 29см?

Оскільки радіус торта дорівнює 18 см, то для розв'язування задачі учневі потрібно перевірити радіуси вписаних кіл для двох видів коробок.

Якщо говорити про квадратну коробку, то сторона її дорівнює 36см, отже, радіус вписаного кола дорівнює 18 см. Таким чином, учень мав би зробити висновок, що торт поміститься в квадратну коробку.

Після того учень мав би дослідити другу коробку



Трикутник AOB прямокутний, $\angle A = 90^{\circ}, \mathrm{A0} = 18\text{см}$, $\angle \mathrm{AOB} = 30^{\circ}, \angle ABO = 60^{\circ}$.

Дальше учень мав би використати співвідношення між сторонами і кутами прямокутного трикутника і одержати: $AB = AO \cdot tg\angle AOB$ $AB = 18 \cdot tg 30^{o} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}(см)$. Тоді знайшовши сторону коробки $2 \cdot 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}(см)$

учень мав би порівняти сторони обох коробок $12\sqrt{3} > 20$. Таким чином учень мав би зробити висновок, що торт не поміститься в коробку форми правильного шестикутника.

Задачі, які ми запропонували на дану тему допоможуть учням краще засвоїти поняття даної теми, а також допоможуть краще розвинути просторове мислення. Оскільки вже у 9 класі учні починають вчити початкові відомості зі стереометрії то розвиток просторового мислення принаймні на достатньому рівні тут є необхідним. Це допоможе учневі краще сприймати і усвідомлювати новий матеріал, тому що всі геометричні фігури тут розглядаються в просторі.

ВИСНОВКИ

Дослідження психолого-педагогічної та методичної літератури з проблеми геометричних задач на дослідження та їх ролі у формуванні просторового мислення учнів основної школи дало підстави зробити наступні висновки.

Нами було досліджено, що таке просторове мислення.

Просторове мислення – вид розумової діяльності, що забезпечує створення просторових образів і оперування ними в процесі розв’язання різних теоретичних і практичних задач.

Ми розглянули основні шляхи формування просторового мислення.

5. Навчити дітей абстрагувати ознаки просторових об’єктів.
6. Оперувати образами просторових об’єктів.
7. Навчити дітей розрізняти окремі предмети за їх формою, величиною.
8. Навчити узагальнювати предмети за певними просторовими ознаками.

Просторове мислення учнів формується також і на графічно-наочній основі, в умовах оперування образами в процесі розв’язування геометричних задач, в тому числі задач на дослідження. Такі образи найчастіше виникають на основі сприймання різноманітних графічних зображень і їх аналіз.

Для того що у дітей розвивалось просторове мислення, потрібно щоб вони вміли аналізувати фігуру, встановлювати взаємне розміщення її елементів. Також вони повинні знати властивості відношень між елементами фігур. Саме задачі на дослідження розглядають взаємне розміщення величин , умови існування фігур. А також вони допомагають розвивати просторове мислення школярів, тому що просторове мислення це і є створення просторових образів і оперування ними в процесі розв’язання різних практичних задач.

Нами було висвітлено, що таке задачі на дослідження. Це такі задачі у яких потрібно дослідити що-небудь, перевірити, порівняти, знайти умови існування тощо. Такі задачі, як правило містять запитання: «Чи можна..?», «Чи вірно..?», «Як зміниться..?» та ін.

Досить важливим питанням є методична правильність викладання геометричних задач на дослідження в сучасній основній школі, з урахуванням шкільної програми та кількістю уроків. Для того, щоб правильно це зробити, необхідно враховувати наступні методичні рекомендації: вивчення геометричних задач на дослідження має бути конкретним та активним, розвивати в учнів просторові уявлення та логічне мислення, повинно зацікавлювати дітей, щоб вони бачили практичне застосування нових знань.

Методики для розв’язування задач на дослідження як такої немає, тому під час опрацювання даної теми ми виділили декілька правил які допоможуть розвинути просторове мислення школярів під час розв’язування геометричних задач.

Оскільки, ми розкриваємо свою тему лише на базі основної школи, де вивчається планіметрія то на перший погляд стає не зрозуміло для чого нам потрібно просторове мислення у розв’язуванні планіметричних задач. Але насправді це не так. Тому що при вивчені планіметрії потрібно наполягати на те, щоб учень уявляв собі одразу весь малюнок(спочатку – простий, потім – складніший).

Найголовнішим є те щоб він уявив не тільки малюнок, а й співвідношення між елементами малюнка які можуть пригодитися під час розв’язання задачі.

Дуже важливим є той випадок, коли для розв’язання потрібно на малюнку виконати допоміжну побудову. Для того що б здогадатись які мають бути ці побудови, учень має знати співвідношення між намальованими елементами малюнка і тими елементами яких на малюнку немає.

Для того щоб розвивати просторове мислення можна поступати ще так: розв’язуючи задачу не малювати до неї малюнок ні в зошиті ні на дошці, а уявляти його.

Показали ефективність задач на дослідження у розвитку просторового мислення школярів.

Враховуючи висновки експериментального дослідження можна сказати, що при збільшені кількості задач на дослідження можна досягнути кращого розвитку просторового мислення школярів основної школи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Александров А. Д. Геометрия. Пробный учебник для 8 класса / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рижик. – М. : Просвещение, 1986. – 192 с.

2. Бурда М. І. Геометрія: Навч. посіб. для 8-9 кл. шк. з поглиб. вивченням математики / М. І. Бурда. – 2- ге вид. – К.: Освіта, 1998. – 240 с.

3. Бурда М. І. Геометрія: підручник для 9 класу загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К. Зодіак-ЕКО, 2009. – 210 с.

4. Бурда М. І. Геометрія: підручник для 8 класу загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К. Зодіак-ЕКО, 2008. – 240 с.

5. Бурда М. І. Геометрія: підручник для 7 класу загальноосвітніх навчальних закладів / М. І. Бурда, Н. А. Тарасенкова. – К. Зодіак-ЕКО, 2007. – 206 с.

6. Власенко К. Формування прийомів евристичної діяльності на уроках геометрії / К.Власенко // Рідна школа. – 2003. – № 7. – С. 41-43.

7. Власенко К.В. Структурні елементи методики організації та управління евристичною діяльністю учнів / К. В. Власенко // Всеукраїнська конференція. Алгебраїчні методи дискретної математики в Луганському державному педагогічному університеті ім. Т.Шевченко: Тези доповідей. – Луганськ, 2002. – С. 98-99.

8. Власенко К.В. Форми прийомів евристичної діяльності в учнів на уроках геометрії / К. В. Власенко // Тези Міжнародної конференції «Асимптотичні методи в теорії диференціальних рівнянь». – К.: НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2002. – С.67.

9. Гальперин П.Я. Психология мышления и учение о поэтапном формировании умственных действий / П.Я. Гальперин // Исследования мышления в советской психологии. – М.: Наука, 1966. – С.236 – 277.

10. Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений школьников при обучении геометри / Г.Д. Глейзер. – М.: Педагогика, 1978. – 104с.

11. Далингер В.А. Методика формирования пространственных представлений у учащихся при обучении геометрии / В.А. Далингер. – Омск: ОГПИ, 1992. – 188 с.

12. Далингер В.А. Самостоятельная деятельность и ее активизация при обучении математике: учеб. пособ. / В.А. Далингер. – Омск, 1993. – 156 с.

13. Зак А.З. Развитие теоретического мышления у младших школьников / А.З. Зак. – М.: Педагогика, 1984. – 152с.

14. Зильберберг Н.И. Урок математики: подготовка и проведение: книга для учителя / Н.И. Зильберберг. – М.: Просвещение, 1995. – 178 с.

15. Зыкова В.И. Формирование практических умений на уроках геометрии / В.И. Зыкова. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1963. – 200 с.

16. Істер О. С. Геометрія: підруч. для 7 кл. загальноовсіт. навч. закл. / О. С. Істер. – К.: Освіта, 2007. – 159 с.

17. Колесник Б.М. Алгебраїчні задачі на дослідження / Б.М. Колесник. – К.: Рад. школа, 1971. – 104 с.

18. Костюк Г.С. Навчально-виховний процес і психічний розвиток особистості / Г.С. Костюк. – К.: Рад. шк., 1989. – 608с.

19. Методика викладання стереометрії / за ред. О.М. Астряба, О.С. Дубинчук. – К.: Радянська школа, 1956. – 280 с.

20. Недошивкин Е. А. Исследования в задачах на преобразование фигур / Е. А. Недошивкин // Математика в школе. – 2006. – № 3. – С. 54-58.

21. Паламарчук В.Ф. Як виростити інтелектуала / В.Ф. Паламарчук. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2000. – 152 с.

22. Попов К. А. Исследование геометрических преобразований / К. А. Попов // Математика в школе. – 2007. – № 8. – С. 43-48.

23. Раков С. А. Навчання дослідження в курсі геометрія та геометричні перетворення з використанням поняття динамічних геометричних DG / С. А. Раков // Комп’ютери у школі та сім’ї. – 2004. – № 7. – С. 3-7.

24. Сефибенков С. Р. Из опыта начального обучения решению геометрических задач на доказательство / С. Р. Сефибенков С. Р. // Математика в школе. – 2007. – № 6. – С. 41-45.

25. Совертков П.И. Некоторые направления развития поисковой деятельности учащихся по математике и информатике: учеб. пособ. / П.И. Совертков. – Сургут: РИО СурГПУ, 2007. – 270 с.

26. Шардаков М.Н. Мышление школьника / М.Н. Шардаков. – М.: Учпедгиз, 1963.– 256с.

27. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников / И.С. Якиманская. – М.: Педагогика, 1980. – 240с.

28. Боравльов А. П. Методичні корективи змісту традиційної схеми у пошуку розв’язків конструктивних задач / А. П. Боравльов, І. Г. Ленчук. [Електронний ресурс] - режим доступу : http://eprints.zu.edu.Ua/381/1/00baprkz.pdf.

29. Методика навчання математики: Підручник. – 2-ге вид., допов. І переробл. – К.: Вища шк., 2006. – 95 с.

30. Кирилюк Л. В. Математика на сірниках // Математика в школах України. Позакласна робота. – 2012. – №5.

31. Гайштут О.Г Вправи з розвитку мислення // Математики в школах України. – 2008. – №3 .

32. Пойя Д. Как решать задачу»/ Под ред. Ю.М. Гайдука. – М.:1959. – 2008с.

ДОДАТОК А

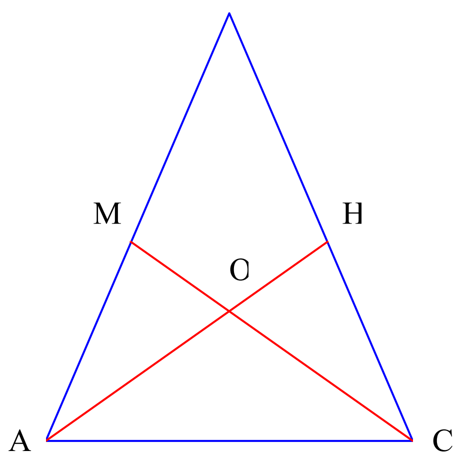
Методи розв’язування задач на дослідження та приклади задач на дослідження.

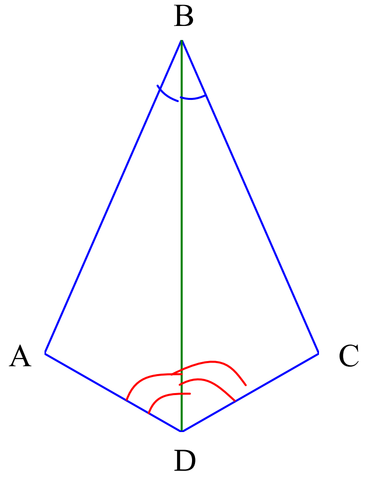
До геометричних методів належать:

- *використання «ключового» трикутника, рівності та подібності трикутників, властивостей геометричних фігур;*

Задача 1.

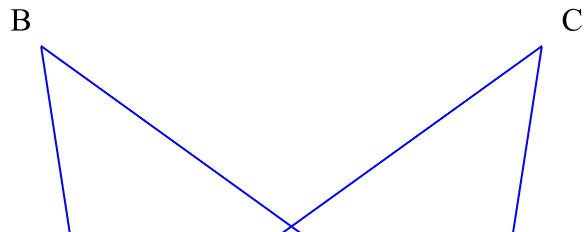
На бічних сторонах рівнобедреного трикутника АВС (АВ=ВС) від вершин А і С відкладено рівні відрізки АМ і СН («Рис.»). Відрізки СМ і АН перетинаються в точці О. Дослідіть якого виду трикутник АОС.

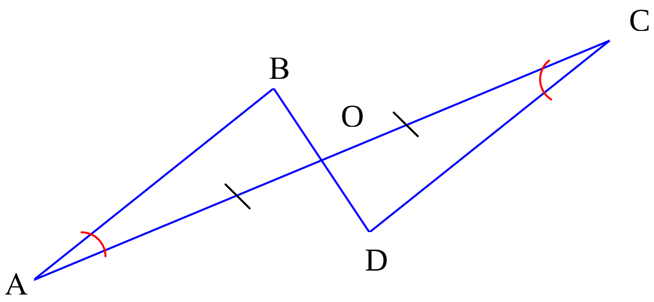




Задача 2.

Дослідіть, які з трикутників, що подані на рисунках 1-3 є рівні.





- *метод геометричних перетворень (симетрія відносно осі та точки, паралельне перенесення, поворот, подібність фігур);*

Задача 1.

Відрізки AB і CD рівні. В якому випадку існує паралельне перенесення, що переводить один із цих відрізків у другий?

До аналітичних методів належать:

- *введення невідомих відрізків та кутів і використання рівнянь та їх системи чи властивостей функцій*;

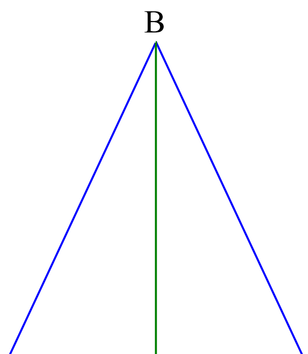
Задача 1.

Одна сторона трикутника менша від другої на 1см і більша за третю на 3 см. Чи може периметр трикутника дорівнювати 10см?

- *метод площ*;

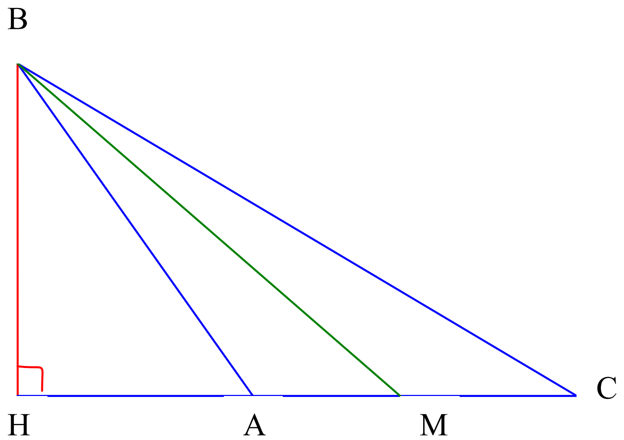
Задача 1.

У рівнобедреному трикутнику проведено медіану. Дослідіть в якому відношенні розділилась його площа? Відповідь обґрунтуйте.



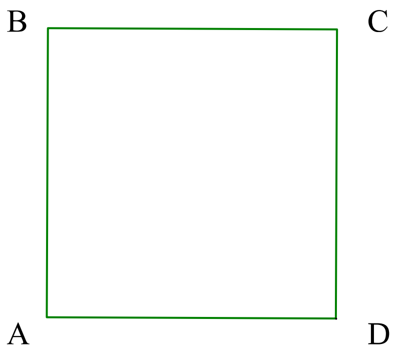
Задача 2.

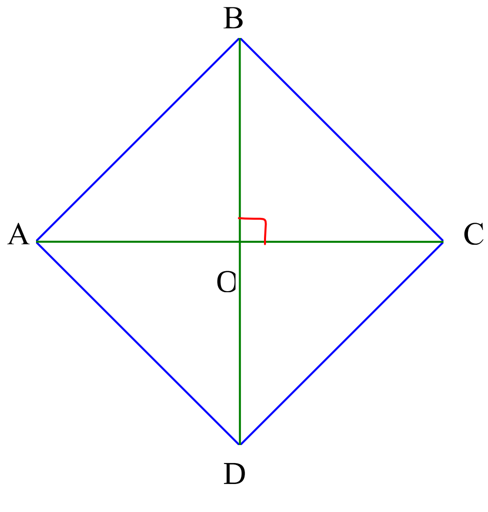
У тупокутному трикутнику ABC проведено медіану BM. Дослідіть в якому відношенні розділилась його площа? Відповідь обґрунтуйте.



Задача 3.

Квадрат і ромб мають рівні периметри. Дослідити площа якої фігури більша?





- *координатний метод;*

Задача 1. Чи існують подібні трикутники з відповідно пропорційними координатами?

Задача 2. Дано трикутник ABC: $A(\alpha_1, b_1), B(\alpha_2, b_2), C(\alpha_3, b_3)$. Дослідити який буде трикутник симетричний даному відносно:

а) початку координат;

б) осі абсцис;

в) осі ординат.

- *векторний метод;*

Задача 1. Чи вірно, що точки А, В і С лежать на одній прямій тоді і тільки тоді, коли $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}$? Відповідь обґрунтуйте.

Задача 2. Дослідити чи утворюють базис вектори, які:

1) колінеарні;

2) рівні;

3) не колінеарні.

ДОДАТОК Б

Задачі на дослідження з шкільного курсу геометрії

7 клас тема «Трикутник і його елементи».

Задача 1.

Чи правильно, що у трикутнику PQR:

1) сторона PQ лежить проти кута Q;

2) кут P прилеглий до сторони r;

3) кут Q лежить між сторонами PR і QR;

5) сторона p лежить проти кута P?

Задача 2.

Чи можна із відрізків, зображених на рисунках, утворити трикутник? Відповідь обґрунтуйте.

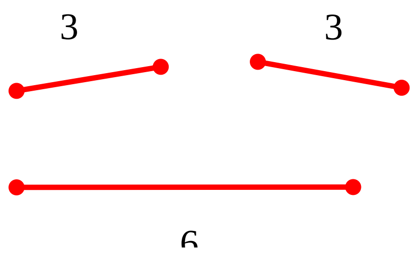


Рис. Б.2.1

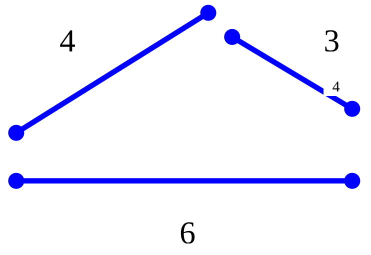


Рис. Б.2.2

Задача 3.

Чи може трикутник мати такі сторони:

4) 2см, 3см, 4см;

5) 6см, 7см, 13см;

6) 7см, 8см, 9см?

Задача 4.

Чи можна накреслити рівносторонній трикутник, який небуде рівнобедреним?

Задача 5.

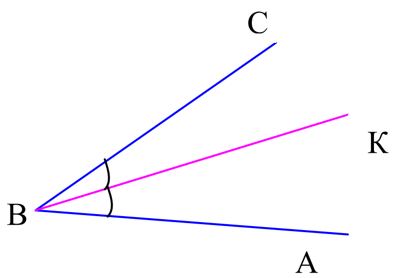
Чи існує трикутник із стороною 36мм і периметром 70мм?

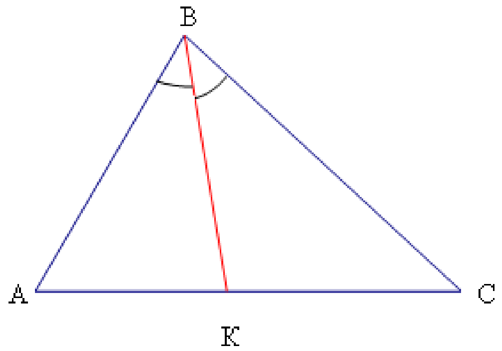
Задача 6.

Чи може трикутник бути тупокутним, якщо основа однієї з його висот лежить: 1) на стороні трикутника; 2) на продовжені сторони трикутника; 3) у кінці сторони трикутника? Зробіть малюнки.

Задача 7.

Чим відрізняється бісектриса трикутника від бісектриси кута?





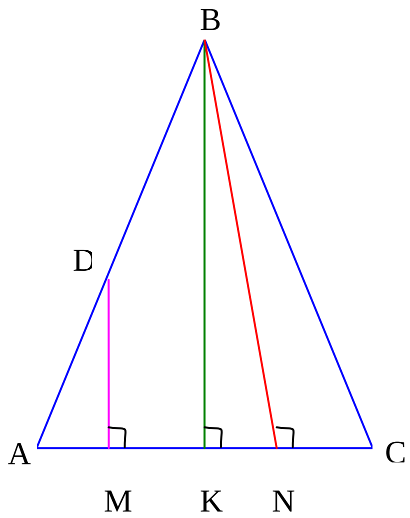
Задача 8.

На рисунку зображено трикутник ABC. Вкажіть правильну відповідь:

1) чи вірно, що DM є висотою трикутника ABC?

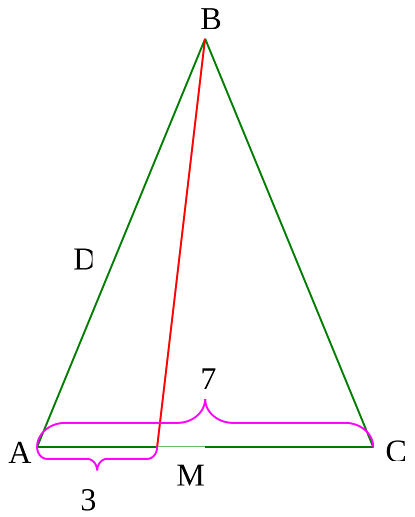
2) чи вірно, що BK є висотою трикутника ABC?

3) чи вірно, що BN є висотою трикутника ABC?



<u>Задача 9.</u>

Чи вірно, що ВМ є медіаною трикутника АВС, якщо АС=7, а АМ=3см? Відповідь обґрунтуйте.



<u>Задача 10.</u>

Скільки зовнішніх кутів має трикутник? Чи є серед них рівні?

<u>Задача 11.</u>

а) Чи може тільки одна висота трикутника співпадати з його стороною?

б) В якому трикутнику три висоти перетинаються в його вершині?

<u>Задача 12.</u>

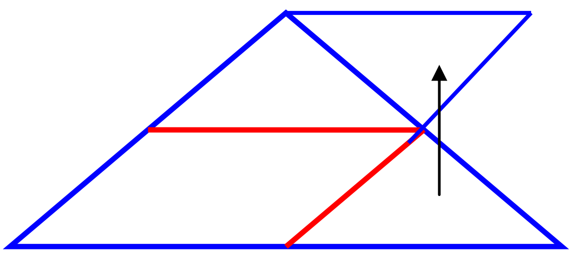
Який вид має трикутник, якщо один з його зовнішніх кутів дорівнює внутрішньому, суміжному з ним?

Задача практичного змісту

<u>Задача 13.</u>

З кольорового паперу вирізали рівносторонній трикутник. Чи можна розрізати цей трикутник на три частини, так щоб з них можна було скласти два рівні ромби?

Наприклад розрізати можна так як показано на рисунку 1.



8 клас «Чотирикутник і його елементи»

Задача 1.

Чи правильно вказано на рис.2.3 і рис.2.4 градусну міру кутів чотирикутника ABCD? Відповідь поясніть.

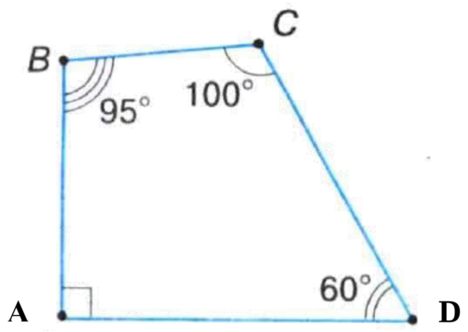


Рис.2.3

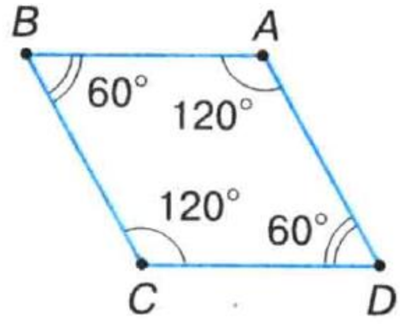


Рис.2.4

Задача 2.

Чи може чотирикутник мати такі сторони:

2) 1см, 2см, 3см, 4см; 2) 2см, 3см, 5см, 10см; 3) 18см, 6см, 5см, 6см?

Задача 3.

Чи можуть кути чотирикутника дорівнювати:

1) $55°, 75°, 100°, 80°$; 2) $160°, 95°, 45°, 60°$; 3) $145°, 85°, 70°, 65°$?

Задача 4.

Чи можуть усі кути чоторикутника бути тупими? Поясніть відповідь.

Задача 5.

Чи можна побудувати чотирикутник у якого:

1) три кути прямі, а четвертий – тупий;

2) один з кутів дорівнює сумі трьох іншиш?

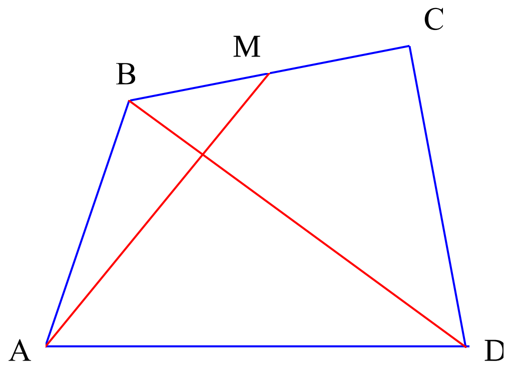
Задача 6.

.Чи існує чотирикутник, зовнішні кути якого дорівнюють:

1) $120°, 80°, 59°, 101°$; 2) $49°, 98°, 68°, 125°$; 3) $100°, 55°, 160°, 45°$?

Задача 7.

На малюнку зображено чотирикутник ABCD. Чи вірно, що AM і BD є діагоналями даного чотирикутника? Відповідь обґрунтуйте.



Задача 8.

Що більше – сума зовнішніх кутів чотирикутника чи сума зовнішніх кутів трикутника?

Задача 9.

Що більше – сума діагоналей чотирикутника чи сума його сторін?

Задачі практичного змісту

Задача 10.

Дано дошку з паралельними краями. Тесляреві треба відрізати кінець дошки під кутом 45^0. Як це зробити?

Задача 11.

Як агроному, не вимірюючи кутів чотирикутної земельної ділянки, пересвідчитись, що вона квадратна?

9 клас «Формули для радіусів описаних і вписаних кіл правильних многокутників»

Задача 1.

Сторони якого правильного вписанного в коло n-кутника є хордою, перпендикулярною до радіуса в його середині? Поясніть відповідь.

Задача 2

У якого правильного многокутника радіус вписаного кола вдвічі менший від сторони?

Задача 3

У трикутнику центр ваги співпадає з центром вписаного кола. Який це вид трикутника?

Задача 4

Яка залежність між радіусами вписаного і описаного кіл у рівносторонньому трикутнику?

Задача 5

Діаметр круга 18 см. Чи можна з нього вирізати квадрат із стороною 13см?

Задача 6

Два рівних кола перетинаються так, що центр одного кола лежить на другому колі. Чи правильний трикутник, вершинами якого є точка перетину і центри даних кіл?

Задача 7

Два рівних кола перетинаються так, що центр одного кола лежить на другому колі. Через одну їх точку перетину проведемо спільну січну, дві інші точки перетину якої з колами сполучено відрізками з другою точкою перетину кіл. Якого виду трикутник утворився при цьому?

Задача 8

У якого правильного многокутника центральний кут дорівнює зовнішньому його куту?

Задачі практичного змісту

Задача 9

У дворі нашої школи є клумба квадратної форми. Навесні ми будемо садити квіти на нашу клумбу. Спочатку ми будемо садити конвалії по колу, яке можна вписати в квадратну клумбу. Потім тюльпани – в формі квадрата, який вписаний в коло. Дослідіть скільки саджанців конвалій і цибулин тюльпанів потрібно посадити, якщо розміри клумби 6×6 квадратних метрів? Садити квіти потрібно через кожні 20 см.

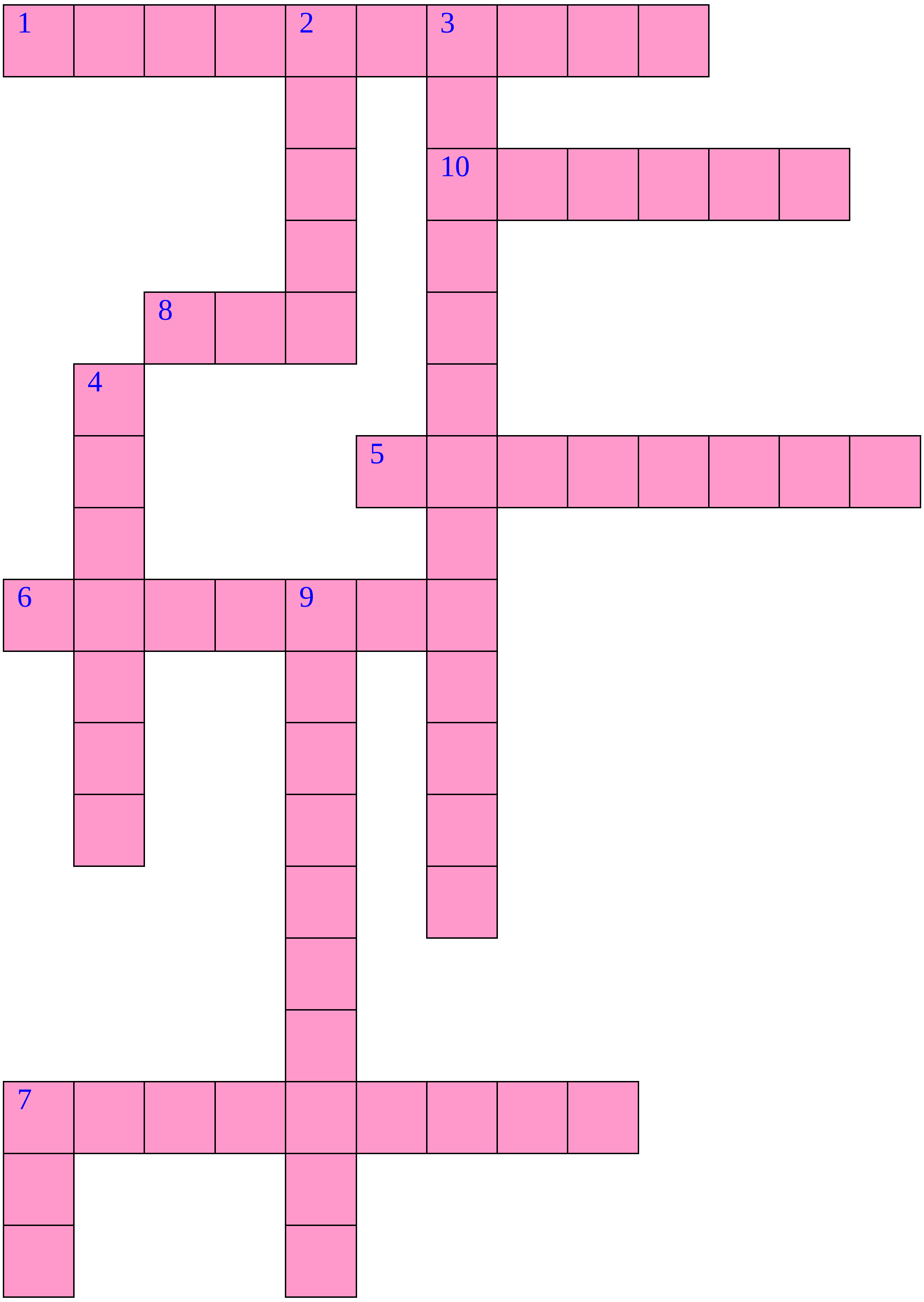
Задача 10

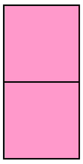
В кондитерському цеху зробили круглий торт радіусом 18 см. Для пакування є два види коробок: квадратної форми і форма правильного шестикутника. Дослідіть в яку коробку поміститься торт, якщо сторона квадратної коробки 36см, а шестикутної 29см?

ДОДАТОК В

КРОСВОРДИ

«Трикутник і його елементи»





По горизонталі: 1. Промінь, що ділить кут на дві рівні частини. 5. Сума довжин усіх сторін. 6. Давньогрецький математик. 7. Фігура, що має три сторони, три кути, три вершини. 8. Елемент трикутника. 10. Перпендикуляр проведений з вершини трикутника на протилежну його сторону.

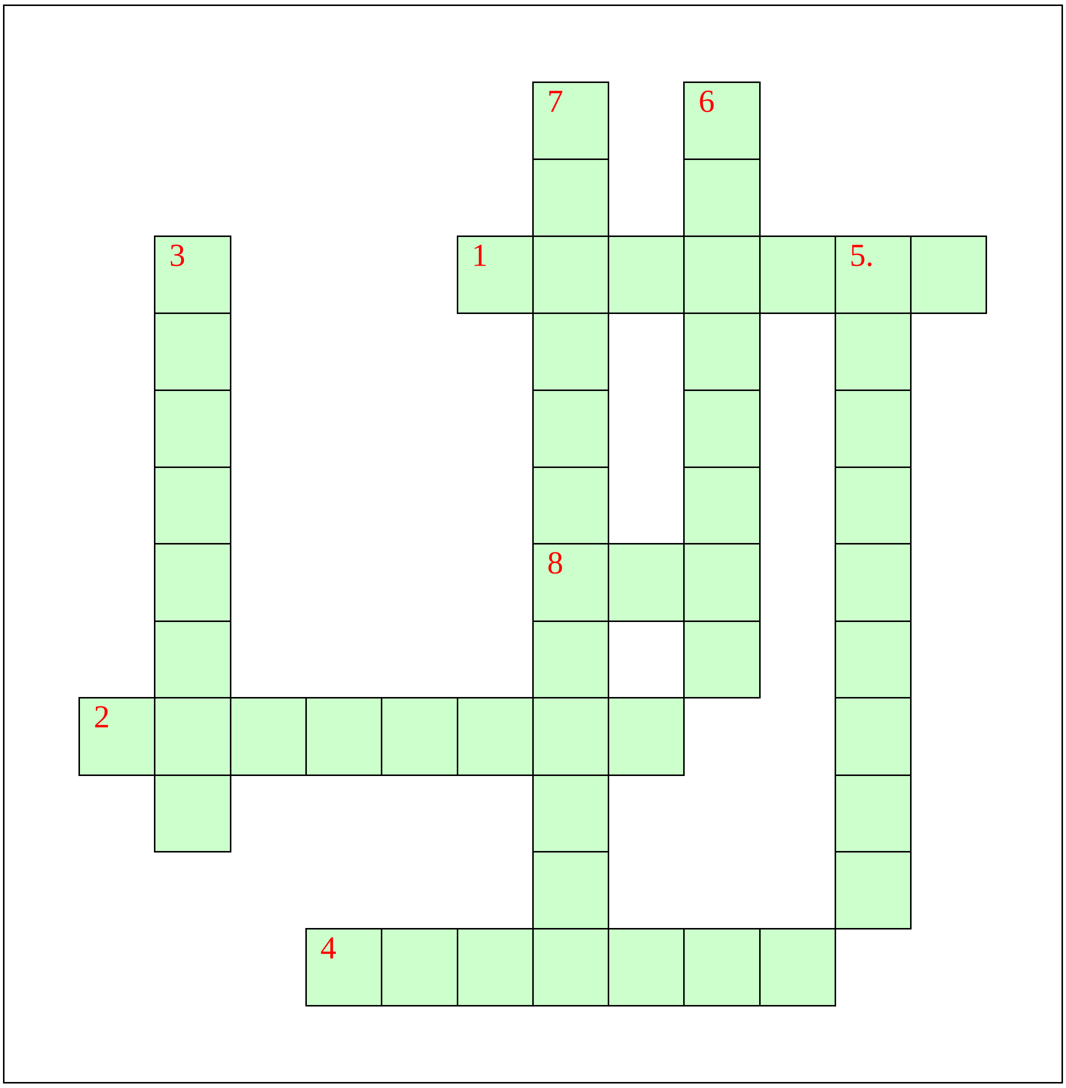
По вертикалі: 2. Сторона прямокутного трикутника. 3. Трикутник, дві сторони якого рівні. 4. Відрізок, що сполучає вершину із серединою протилежної сторони трикутника. 7. Кут більший за 90° , але менший за 180°. 9. Найбільша сторона прямокутного трикутника.

Відповіді:

По горизонталі: 1. Бісектриса. 5. Периметр. 6. Піфагор. 7. Трикутник. 8. Кут. 10. Висота.

По вертикалі: 2. Катет. 3. Рівнобедрений. 4. Медіана. 7. Тупий. 9. Гіпотенуза.

«Чотирикутник і його елементи»



По горизонталі: 1. Елемент чотирикутника. 2. Вершини, сторони, кути, чотирикутника це його…4. Чотирикутник, який лежить по один бік від будь-якої прямої, що містить його сторону. 8. Елемент чотирикутника.

По вертикалі: 3. відрізок, який сполучає протилежні вершини чотирикутника. 5. Чотирикутник, який не лежить з одного боку від прямої, що проходить через дві його сусідні вершини. 6. Сума довжин усіх сторін чотирикутника. 7. Геометрична фігура, яка складається з чотирьох точок, які не лежать на одній прямі і чотирьох відрізків, які послідовно з’єднують ці точки і не перетинаються.

Відповіді:

По горизонталі: 1. Сторона. 2. Елементи. 4. Опуклий. 8. Кут.

По вертикалі: 3. Діагональ. 5. Неопуклий. 6. Периметр. 7.Чотирикутник.