ЗМІСТ

ВСТУП

Математична освіта є важливою складовою загальноосвітньої підготовки. Місце математики в системі шкільної освіти визначається її роллю в інтелектуальному, соціальному та моральному розвитку особистості, розумінні будови і використання сучасної науки і техніки, нових інформаційних технологій, сприйманні наукових і технічних ідей, формуванні наукової картини світу і сучасного світогляду. Математика є опорним предметом при вивченні суміжних дисциплін (фізики, хімії, інформатики, біології, географії, економіки, креслення), тому без належної математичної підготовки неможлива повноцінна освіта сучасної людини.

Однією з основних цілей вивчення стереометрії є усвідомлення учнями структури логічної побудови цього розділу. Обов’язковим завданням є розвиток логічного мислення просторової уяви, абстрактного мислення школярів, а також ілюстрація зв’язку геометрії з реальним життям.

Проблема узагальнення і систематизації – давнішня гносеологічна, психологічна і педагогічна проблема. З історії педагогіки відомо, що кожний видатний педагог минулого торкався цих питань.

Модернізація освіти в першу чергу повинна включати в себе створення засобів навчання нового покоління, які б поєднували в собі сучасні досягнення педагогіки.

Зокрема Я. М. Каменський неодноразово в своїх працях підкреслював необхідність дотримуватись послідовності у вивченні матеріалу: "Всі заняття повинні влаштовуватись таким чином, щоб наступне завжди базувалось на попередньому, а попереднє зміцнювалось наступним". Його поради не втратили свого значення і до цього часу.

Повторення навчального матеріалу з геометрії здійснюється у всій системі навчального процесу: при актуалізації знань — на етапі підготовки і вивчення нового матеріалу, при формуванні вчителем нових понять, при закріпленні вивченого раніше, при організації самостійних робіт різних видів, при перевірці знань учнів.

Літератури з організації повторення не вистачає. Важливість узагальнюючого повторення і методичних розробок визначають актуальність цієї проблеми і допоможуть вирішити такі дидактичні завдання:

- забезпечити особистісно-орієнтований та диференційований підхід в навчанні;
- втілювати інтерактивний підхід;
- викликати підвищення пізнавальної активності учнів на уроках;
- здійснювати поточний контроль знань.

Мета даної роботи полягає у дослідженні перебігу процесу узагальнюючого повторення, систематизації навчального матеріалу та створенні методичної розробки уроків повторення при вивченні стереометрії у старшій школі.

Для розкриття теми необхідно було розв'язати такі ***завдання***:

- з'ясувати особливості процесу засвоєння знань на етапі узагальнюючого повторення;
- визначити сутність узагальнення і систематизації як складових системи повторення;
- вивчити науково-педагогічний матеріал з психології, з геометрії, з методики викладання.
- проаналізувати види узагальнюючого повторення;
- створити методичну розробку уроків повторення основних тем стереометрії та методичне забезпечення факультативного курсу «Стереометрія в задачах ДПА і ЗНО».

РОЗДІЛ 1
МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ПОВТОРЕННЯ, УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ З ГЕОМЕТРІЇ В СТАРШІЙ ШКОЛІ

1.1. Повторення, узагальнення і систематизація знань в процесі навчання стереометрії

Сучасний стан розвитку освіти в Україні передбачає зміни у підходах до організації навчання учнів, але процес засвоєння знань далі включає в себе такі основні компоненти як сприймання, розуміння , запам’ятовування, узагальнення і систематизацію. Він відбувається через засвоєння понять, тверджень, зв’язків між ними, що становлять основний зміст навчального матеріалу.

Саме і К.Д. Ушинський звертав увагу на те, що "тільки система, звичайно, розумна, яка виходить з самої суті предметів, дає нам владу над нашими знаннями." Він не тільки вимагав від учителів застосовувати принцип систематичності в процесі навчання, але й надавав великого значення виробленню в учнів умінь самостійно узагальнювати і систематизувати набуті знання з шкільних предметів.

Повторення, узагальнення і систематизація невід'ємні компоненти розумової діяльності, яка лежить в основі встановлення істотних взаємозв'язків між явищами, які вивчаються.

У процесі формування культури мислення важливе місце відводиться організації повторення вивченого матеріалу. Необхідність повторення обумовлена задачами навчання, що вимагають міцного і свідомого оволодіння ними.

Вказуючи на важливість процесу повторення вивченого матеріалу, сучасні дослідники показали значну роль при цьому таких способів мислення, як порівняння, класифікація, аналіз, синтез, узагальнення, що сприяє інтенсивному протіканню процесу запам’ятовування. При цьому виробляється гнучкість, рухливість розуму, узагальненість знань.

У процесі повторення пам’ять в учнів розвивається. Емоційна пам’ять спирається на наочно-образні процеси і поступово замінюється на логічну, що заснована на умінні встановлювати зв’язок між відомими і невідомими компонентами, порівнювати абстрактний матеріал, класифікувати його, обґрунтовувати свої висловлення.

Повторення навчального матеріалу з геометрії здійснюється у всій системі навчального процесу: при актуалізації знань — на етапі підготовки і вивчення нового матеріалу, при формуванні вчителем нових понять, при закріпленні вивченого раніше, при організації самостійних робіт різних видів, при перевірці знань учнів.

У зв’язку з цим ми розрізняємо наступні види повторення раніше пройденого матеріалу:

1. Повторення на початку навчального року.

2. Поточне повторення всього раніше пройденого:

а) повторення пройденого в зв’язку з вивченням нового матеріалу;

б) повторення пройденого без зв’язку з новим матеріалом.

3. Тематичне повторення (узагальнююче і систематизуюче повторення закінчених тем і розділів програми).

4. Заключне повторення (організовуване при закінченні проходження великого розділу програми чи наприкінці навчального року).

Мета і час повторення тісно зв’язані і взаємообумовлені, визначаючи тим саме методи і прийоми повторення, а основні вимоги щодо організації повторення повинні виходити з цілей повторення, специфіки геометрії як навчального предмета та її методів.

Перша вимога до організації повторення, що виходить з його цілей, це визначення часу: коли повторювати? Воно повинно здійснюватися за принципом: “Учить новое, повторяя, и повторять, изучая новое” (В.П.Вахтеров).

Це не означає, однак, що не можна спеціально відводити уроки для повторення, наприклад, таких питань програми, які важко прив'язати до поточного матеріалу. Додамо ще те, що характер уроку в зв'язку з переходом учнів з одного класу в інший значно міняється. У старших класах істотно перебудовується закріплення і повторення навчального матеріалу. Збільшується обсяг фактичного матеріалу, що виноситься на закріплення і повторення; поурочне закріплення в ряді випадків переходить в тематичне чи переростає в узагальнююче повторення, збільшується частка самостійності учнів при закріпленні та повторенні.

Друга вимога до організації повторення повинна відповідати на запитання: Що повторювати? Виходячи з висловлень класиків педагогіки, можна висунути наступні положення при доборі навчального матеріалу з різних видів повторення:

1. Не слід повторювати усе раніше пройдене. Потрібно вибрати для повторення найбільш важливі питання і поняття, навколо яких групується навчальний матеріал.

2. Виділяти для повторення такі теми і питання, які через свою складність засвоюються недостатньо міцно.

3. Виділяти для повторення треба те, що необхідно узагальнити, поглибити і систематизувати.

4. Не слід повторювати все в однаковій мірі. Повторювати ґрунтовно треба головне і найбільш важке.

Третя вимога до організації повторення геометрії повинна відповідати на запитання, як повторювати, тобто освітити ті методи і прийоми, якими повинно здійснюватися повторення, які повинні знаходитися в тісному зв'язку з видами повторення.

Перейдемо до короткої характеристики видів повторення.

1. Повторення пройденого на початку року.

При повторенні на початку навчального року на перший план повинно висуватися повторення тем, що мають прямий зв'язок з новим навчальним матеріалом. Нові знання, що здобуваються на уроці, повинні спиратися на міцний фундамент уже засвоєних. Тут необхідно поєднати обидві задачі: провести загальне повторення в порядку огляду основних питань з матеріалу минулих років і більш глибоко повторити питання, безпосередньо зв'язані з наступним матеріалом по програмі навчального року. Виходячи з особливості матеріалу, можна пропонувати самостійне повторення матеріалу вдома (найбільш важкий матеріал повторити в класі, а менш важкий дати додому для самостійної роботи).

2. Поточне повторення пройденого.

Поточне повторення в процесі вивчення нового матеріалу — дуже важливий момент у системі повторення. Воно допомагає встановлювати органічний зв'язок між новим матеріалом і раніше пройденим. При поточному повторенні питання і вправи можуть бути запропоновані учням з різних розділів програми. Поточне повторення здійснюється в процесі виконання вправ, включається в домашнє завдання. Воно може бути проведене як на початку чи в кінці уроку, так і під час опитування учнів.

3. Тематичне повторення.

У процесі роботи над математичним матеріалом особливо великого значення набуває повторення кожної закінченої теми чи цілого розділу курсу. При тематичному повторенні систематизуються знання учнів з теми на завершальному етапі його проходження чи після деякої перерви. Для тематичного повторення виділяються спеціальні уроки, на яких концентрується та узагальнюється матеріал однієї якої-небудь теми.

У процесі роботи над темою питання, пропоновані учням по кожному розділу, варто знову переглянути; залишити найбільш істотні і відкинути більш дрібні. Узагальнюючий характер питань при тематичному повторенні відображається і на їхній кількості. Учителю доводиться основний матеріал теми охопити в меншому числі питань. Повторення на уроці проводиться шляхом бесіди із широким залученням учнів у цю бесіду. Після цього учні одержують завдання повторити певну тему і попереджуються, що буде проведена контрольна робота.

При тематичному повторенні корисно скласти список питань, а потім логічний план по темі і завершити роботу складанням підсумкових схем. Таблиця чи схема економно і наочно показує спільне для понять, що входять у дану тему, їх взаємозв'язок у логічній послідовності.

Процес складання таблиць в одних випадках, підбір і запис прикладів після аналізу готової таблиці в інших є одночасно і формами письмових вправ при узагальнюючому і систематизуючому повторенні.

4. Заключне повторення.

Повторення, що проводиться на завершальному етапі вивчення основних питань курсу геометрії і здійснюване в логічному зв'язку з вивченням навчального матеріалу з даного розділу чи курсу в цілому, будемо називати заключним повторенням.

Проте і систематизація – необхідна умова формування узагальнених знань, особливо в геометрії – бо, якщо хоча б один ланцюг випадає, то стають незрозумілими і наступні поняття, теореми, методи тощо. Узагальнення відіграє надзвичайно важливу роль у процесі навчання, оскільки на його основі учні засвоюють наукові поняття, вчаться визначати їх загальніiістотні ознаки. Узагальнення знань, в свою чергу, передбачає їх систематизацію.

Для шкільного курсу геометрії характерним є те, що багато понять не вводяться відразу в повному обсязіі змісті, а розширюються і збагачуються послідовно, в міру розвитку курсу. На занятті, в процесі узагальнення теми чи розділу, учень має можливість оглянути вивчений матеріал, виділивши саме головне. При цьому одночасно йде повторення навчального матеріалу, поглиблюються, виробляються інтелектуальні і практичні вміння і навики.

Не дивлячись на ефективність, узагальнююче повторення проводиться в школі дуже рідко або ж проводиться лише в плані закріплення отриманих знань. Це можна пояснити недостатністю часу; відсутністю ефективної методики його проведення, відсутністю в підручниках достатньої кількості узагальнюючих вправ, недостатньою повнотою внутріпредметних зв'язків в темах курсу і т.д.

Класифікувати його можна так: узагальнююче повторення на рівні понять; узагальнююче повторення на рівні системи понять; узагальнююче повторення на рівні теорій. Найбільш важкою є організація узагальнюючого повторення на рівні теорій, в зв'язку з чим перші два рівні в більшій мірі використовуються в навчанні учнів молодших і середніх класів, останній дає суттєвий ефект в основному лише в старших класах.

Узагальнююче повторення на рівні понять дозволяє набути учням вміння виділяти істотні ознаки понять, давати поняттям означення через різну сукупність ознак. Узагальнююче повторення на рівні системи понять має на меті виробити в учнів вміння співставляти вивчені поняття, знаходити нові зв'язки і відношення між ними. На даному рівні узагальнюючого повторення визначається місце і значення понять в системі. Узагальнююче повторення на рівні теорій дає певне трактування вивченим поняттям з позиції тих чи інших фундаментальних ідей, які розглядаються в курсі. На цьому рівні значне місце займає узагальнення і конкретизація. Основна суть узагальнюючого повторення даного виду полягає в тому, що будується єдина, загальна форма окремих фактів, явищ, понять.

Однією із важливих задач освітніх закладів є формування в учнів уміння самостійно поповнювати знання, орієнтуватися в науковій і політичній інформації, оволодіння учнями не простою сумою знань, а їх системою. Слід зауважити, що яким би повним не було пояснення вчителя, майже завжди може зникнути з поля зору який-небудь факт, деталь, приклад, використання яких при узагальнюючому повторенні міцніше закріпило б в пам'яті учнів вивчений матеріал. Мета узагальнення не тільки в тому, щоб поновити раніше засвоєнні знання, а і в тому, щоб навчити учнів використовувати вивчений матеріал.

В цілому узагальнюючі заняття сприяють систематизації і міцнішому засвоєнню навчального матеріалу.

Систематизація знань невід'ємна від їх узагальнення і чим ширше узагальнення, тим більше відображено між ними зв'язків і відношень, тим ширше коло знань об'єднується в систему.

Отож, опанувати мистецтвом організації повторення – задача вчителя, від її розв’язання багато в чому залежить міцність знань учнів. Тому варто зауважити:

1. Викладання геометрії не може бути на належному рівні, а знання учнів не будуть досить повними і міцними, якщо в роботі вчителя відсутня система повторювально-узагальнюючих уроків**.**

2. Повторення геометрії необхідне як для учнів з метою поглиблення, зміцнення і систематизації своїх знань, так і для самого вчителя з метою вдосконалювання методів навчання і збільшення ефективності своєї праці.

3. Повторення геометрії повинно систематично проводитися на уроках, органічно вписуючись в основний зміст уроку.

4. Перед початком навчального року чи чверті необхідно ретельно спланувати матеріал для повторення, вказати види повторення, через яке воно може проводитися, тобто встановлюється, який матеріал буде повторюватися паралельно з вивченням нової теми і який на спеціально відведених уроках повторення.

5. Необхідно систематично практикувати поточне повторення.

6. Для підвищення інтересу і активності учнів при повторенні необхідно застосовувати різні прийоми і методи роботи, урізноманітнити повторюваний матеріал, старий матеріал розглянути з інших точок зору, встановлювати все нові і нові логічні зв’язки, стимулювати самостійну роботу учнів.

7. Необхідна добре продумана теоретична і практично обґрунтована система повторення, що має забезпечити високу якість і міцність знань учнів. Тільки в цьому випадку викладач досягає тих цілей, які він переслідує повторенням.

8. Необхідно ретельно проаналізувати теорію і практику повторення з метою встановлення позитивних і негативних сторін роботи шкіл при повторенні.

1.2. Методика повторення знань з геометрії в школі за допомогою схем, таблиць, рисунків та комп’ютерних технологій

Протягом багаторічної історії викладання геометрії у школі постійно використовувалися і вдосконалювались методи, прийоми, засоби розв'язання різних типів задач і вправ. Все це – задля підвищення ефективності засвоєння знань у навчальному процесі. Проте, навіть при найраціональнішому розв'язанні, певні типи задач містять багато складних перетворень, внаслідок чого виникають великі труднощі не лише в середніх, а й у найсильніших учнів.

Аналіз стану викладання геометрії в школі стверджує, що мотивація, наочність, інтерес до предмета, а також формування прийомів розумової діяльності, зокрема узагальнення та систематизації, можуть бути ефективно реалізовані поєднанням традиційної методики навчання з впровадженням у навчальний процес нових інформаційних технологій:

1) як засіб наочності – для полегшення: процесу оперування просторовими образами; розуміння теоретичного матеріалу (аналіз понять та їх відношень); осмислення та усвідомлення умови поставленої задачі; виділення головного;

2) як калькулятор — для полегшення складних обчислень;

3) для самоконтролю;

4) для діагностики навчальних досягнень учнів.

Тому використання комп'ютерів і сучасних інформаційних технологій дає можливість зробити процес розв'язування багатьох математичних задач швидшим, позбавити учнів рутинних обчислень, акцентувати їх увагу на творчій стороні процесу розв'язання, застосувати наочні ресурси.

Внаслідок того, при вивченні точних дисциплін використання засобів новітніх інформаційних технологій навчання (НІТН), зокрема педагогічних програмних засобів, дозволяє поєднати високі обчислювальні можливості

ЕОМ при дослідженні різноманітних об'єктів з унаочненням результатів на всіх етапах розв'язування задач.

Незаперечним є фактвеличезної ролі наочності в процесі вивчення геометричних об'єктів у тривимірному просторі шкільного курсу геометрії, зокрема стереометрії, а тому сучасні математичні методи поступово перетворюються у допоміжні дидактичні інструменти, які після програмної реалізації за допомогою потужної комп'ютерної техніки перетворюються в супровідні засоби навчального процесу, що сприяють активізації роботи дітей .

Саме впровадження комп'ютерних технологій у процес викладання математичних дисциплін, зокрема геометрії, сприяє досягненню педагогічної мети за рахунок використання таких комп'ютерних засобів як ілюстрації геометричних понять, створення та вивчення інформаційних і математичних моделей, явищ і процесів, розвитку геометричної інтуїції.

За допомогою комп'ютера як засобу моделювання учень отримує графічний образ поняття разом із пов'язаною з ним числовою інформацією, що спрощує усвідомлення змісту нового поняття, сприяє розвитку образного мислення та формуванню просторових уявлень.

Як показує досвід роботи, ще не менш важливими із таких засобів є опорні схеми, наочні матеріали, рисунки, таблиці.

Опорна схема — це схема, в якій певним чином структурований блок навчального матеріалу. Означення, твердження, рисунки, що розкривають його зміст, обмежені деякими контурами у кольорі, які певним чином розміщені на папері (чи на екрані ПК) і пов’язані між собою стрілками, що відображають існуючі логічні зв’язки між ними.

Опорні схеми можуть включати в себе і невеликі за обсягом тексти, і деякі символи як, наприклад, дужки, знаки оклику, знаки запитання тощо, з метою підкреслити важливість чи проблемність якогось твердження, висновку .Для кращого зорового сприймання окремі складові опорної схеми зображають різними кольорами.

Наприклад, при вивченні та повторенні теми «Аксіоми стереометрії та наслідки з них» ефективно працювала б система схем, що відображає логічність, послідовність і систематичність взаємозв'язків вивченого матеріалу. Наведемо цей приклад, використовуючи опорні схеми для доведення кожної з трьох теорем цієї теми (про існування площини, яка проходить через дану пряму і дану точку – Т.1.1; про перетин прямої з площиною – Т.1.2; про існування площини, яка проходить через три дані точки – Т.1.3).

Схема 1

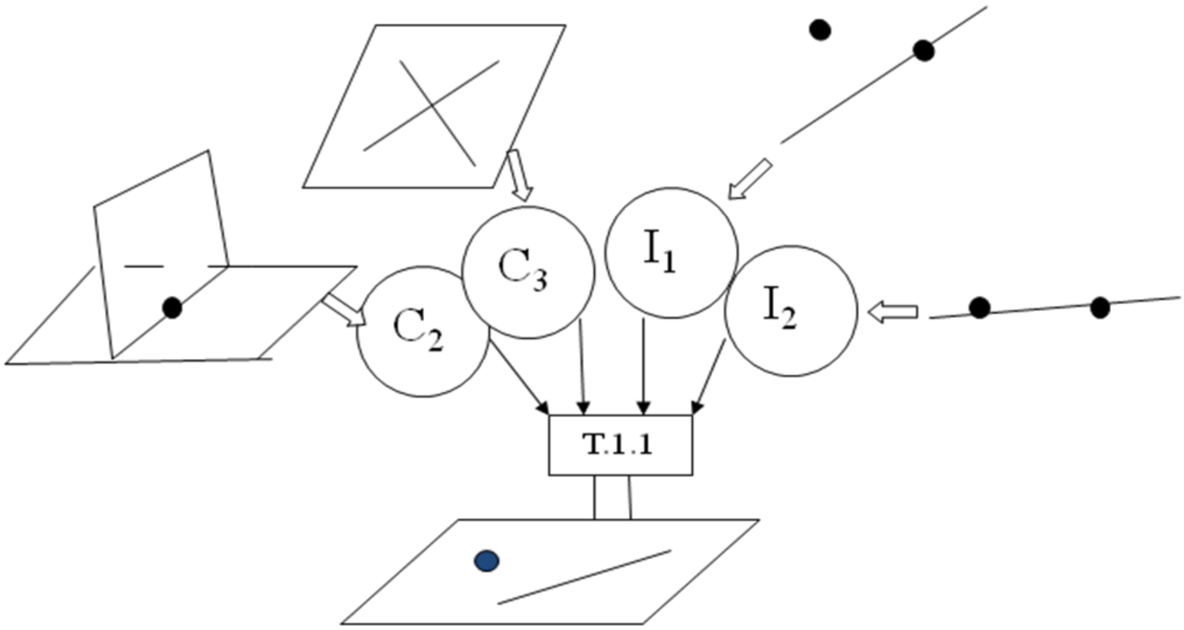


Схема 2

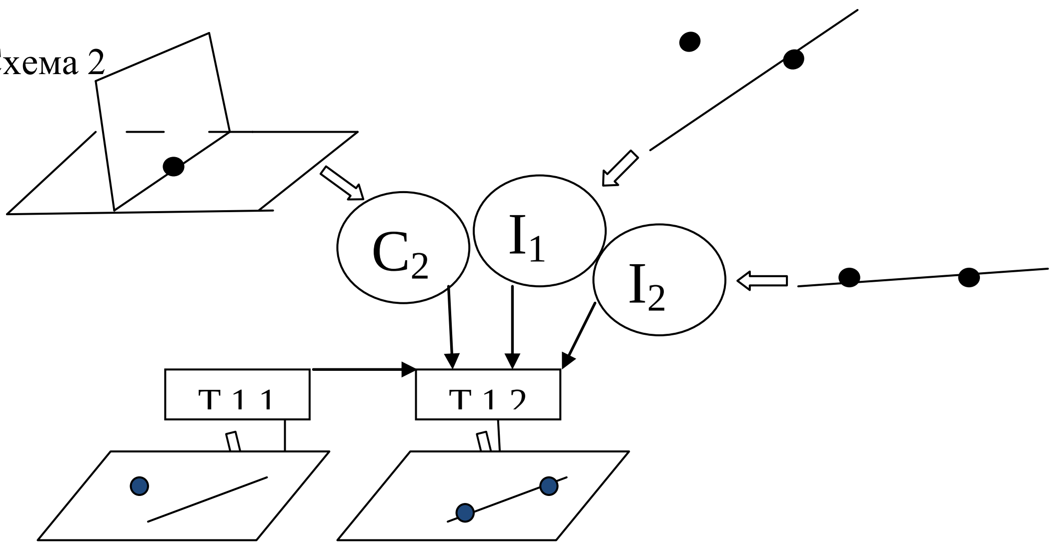
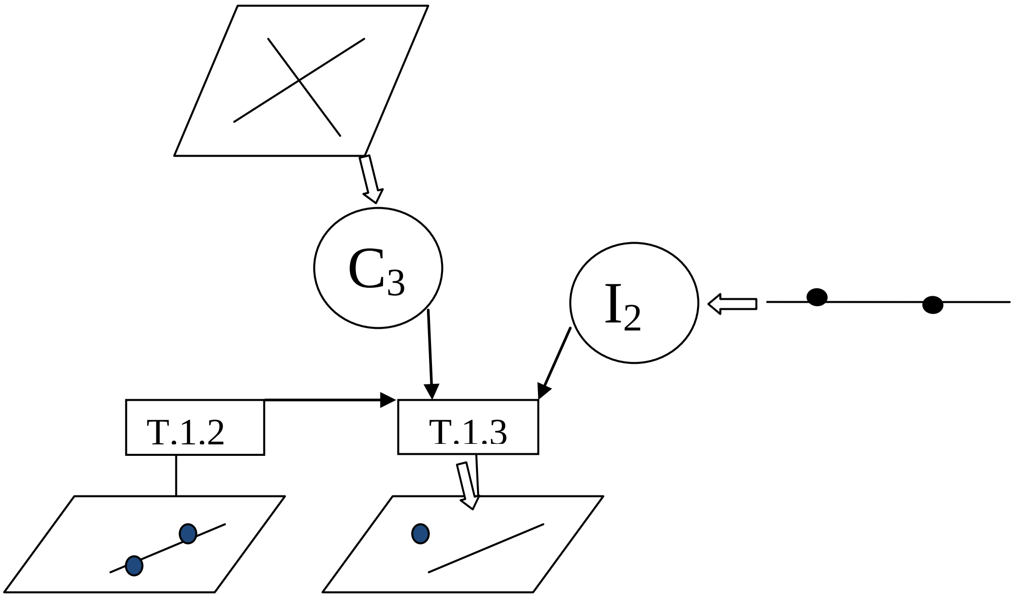


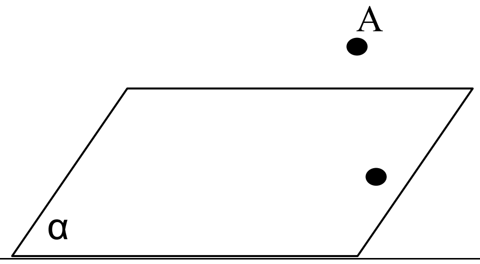
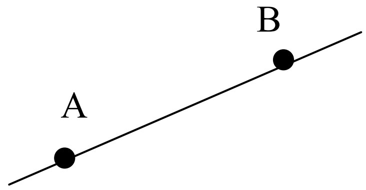
Схема 3

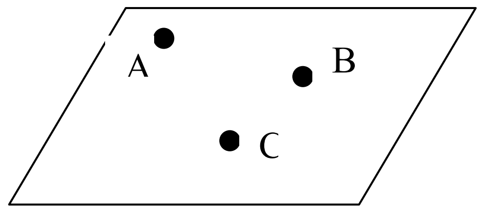
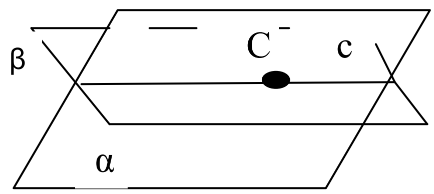


Отож, вміння учнів виділяти головну думку у навчальному матеріалі, вміння аналізувати, порівнювати, узагальнювати є основою самостійного засвоєння ними знань.

Саме опорні схеми, рисунки, в яких за допомогою кольору, стрілок, допоміжних слів тощо, увага учнів спрямовується на основні поняття, логічні зв'язки між ними, сприяють глибокому засвоєнню змісту навчального матеріалу, формуванню навиків самостійної роботи. Це допомагає вловити суть навчального матеріалу та послідовність його викладу, позитивність для контролю та оцінювання знань в системі повторення. При опитуванні та оцінюванні знань вчитель звертає увагу і на те, як учень вміє стисло і чітко висловити свою думку, вміє вказати ідею доведення, розкрити суть найважливіших посилань тощо. Робота з використанням таблиць має теж неабияке значення. В свою чергу, це дозволяє встановити чіткість і систематизованість у великому обсязі навчального матеріалу. Учень має можливістьзакріпити знання на всіх рівнях сприйняття. Враховуючи це, виникає потреба у підготовці таких дидактичних матеріалів. Наприклад, для закріплення вивчення аксіом, використовуючи саме таблиці, можна подати їх теоретичний і геометричний зміст «паралельно» у відповідно структурованій таблиці.

Аксіоми стереометрії

<table>
<tr><td colspan="2" align="center"><u>1. Аксіома належності точок площині</u></td></tr>
<tr><td>Яка б не була площина, існують точки, що належать цій площині, і точки, що не належать їй.</td><td>$A \notin \alpha$
$B \in \alpha$

</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center"><u>2. Аксіома належності точок площині</u></td></tr>
<tr><td>Через будь-які дві точки простору можна провести пряму, і тільки одну.</td><td>

Пряма АВ – єдина.</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center"><u>3. Аксіома проведення площини</u></td></tr>
<tr><td>Через три точки , що не лежать на одній прямі, можна провести площину, і тільки одну.</td><td>
</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center"><u>4. Аксіома перетину площин</u></td></tr>
<tr><td>Якщо дві площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, що проходить через цю точку.</td><td>

$\alpha \cap \beta = c$, $C \in c$</td></tr>
</table>

Наочність, в свою чергу, сприяє такому розвиткові тією мірою, якою вона стимулює процес мислення. Наочний образ предмета може сам по собі привабити увагу, але мета використання наочності полягає у тому щоб на певному етапі пізнання діти перейшли від образу до узагальнення, до закономірності. …Передусім слід пам’ятати, що наочність — це загальний принцип розумової праці маленьких школярів.

1.3. Діагностика, контроль та оцінювання знань учнів як невід'ємна складова системи повторення

Діагностика, контроль та оцінка знань учнів – важлива проблема теорії і практики навчання. Без перевірки або самоперевірки засвоєних знань, набутих умінь і навичок неможливе якісне вирішення цієї проблеми. Тому контроль знань учнів завжди був, є і буде важливою складовою частиною навчального процесу, хоч і ставлення до нього зазнавало певних змін. Міняються окремі форми і способи діагностики знань, але її головна суть – знати, наскільки вдало відбувся процес засвоєння вивченого матеріалу, – залишається незмінною. Вона визначається самою природою процесу навчання.

Діагностика — це з'ясування умов і обставин, у яких протікає процес навчання; отримання чіткого уявлення про ті причини, які сприяють чи перешкоджають досягненню визначених результатів. Як бачимо, у діагностику вкладається більш широкий і глибокий смисл: вона розглядає результати у тісному зв'язку з шляхами і способами їх досягнення. Крім традиційних контролю, перевірки, оцінки знань і умінь, діагностика включає їх аналіз, виявлення динаміки, тенденцій, прогнозування подальшого розвитку результатів навчальної діяльності.

Контроль та оцінка знань, умінь та навичок учнів під час повторення – невід’ємний структурний компонент навчального процесу. Виходячи з логіки процесу навчання, він є, з одного боку, завершальним компонентом оволодіння певним змістовним блоком, а з другого – своєрідною зв’язуючою ланкою в системі навчальної діяльності особистості. При правильній організації навчально-виховного процесу контроль сприяє розвитку пам’яті, мислення та мови учнів, систематизує їхні знання, своєчасно викриває прорахунки навчального процесу та служить їх запобіганню. Добре організований контроль знань учнів сприяє демократизації навчального процесу, його інтенсифікації та диференціації навчання; допомагає вчителю отримати об’єктивну інформацію (зворотній зв’язок) про хід навчально-пізнавальної діяльності учнів.

Контроль – це виявлення, встановлення та оцінка знань учнів, тобто визначення об’єму, рівня та якості засвоєння навчального матеріалу, виявлення успіхів у навчанні, прогалин в знаннях, уміннях та навичках окремих учнів та всього класу для внесення необхідних коректив в процес повторення, для вдосконалення його змісту, методів, засобів та форм організації.

Зауважимо, що складовою частиною контролю виступає перевірка, завдання якої є виявлення знань, умінь та навиків учнів та порівняння їх з вимогами, певними навчальними програмами. В цьому випадку контроль виконується виключно з метою оцінювання знань, умінь та навиків учнів.

Основні завдання контролю при повторенні матеріалу – виявлення рівня правильності, об’єму, глибини та дійсності засвоєних учнями знань, отримання інформації про характер пізнавальної діяльності, про рівень самостійності та активності учнів в навчальному процесі, встановлення ефективності методів, форм та способів їх в процесі повторення.

Отже, контроль – це підсистема в рамках системи навчання в цілому, яка реалізує притаманні їй функції, яка має свій об’єкт, свої методи.

Основними функціями перевірки й оцінки навчальних досягнень учнів є:

- ✓ контролююча, що передбачає визначення рівня досягнень окремого учня (класу, групи), виявлення рівня готовності до засвоєння нового матеріалу, що дає змогу відповідно планувати і викладати навчальний матеріал;
- ✓ діагностично-коригуюча, що допомагає з'ясувати причини труднощів, які виникають в учня під час навчання, виявити прогалини в знаннях і вміннях та коригувати його діяльність, спрямовану на усунення недоліків;
- ✓ стимулюючо-мотиваційна, що визначає таку організацію оцінювання навчальних досягнень учнів, коли його проведення стимулює

бажання покращити свої результати, розвиває відповідальність та сприяє змагальності учнів, формує мотиви навчання;

- ✓ навчальна, що зумовлює таку організацію оцінювання навчальних досягнень учнів, коли його проведення сприяє повторенню, уточненню і систематизації навчального матеріалу, вдосконаленню підготовки учня (класу, групи);
- ✓ виховна, що передбачає формування вміння відповідально і зосереджено працювати, застосовувати прийоми контролю й самоконтролю, розвиток якостей особистості: працелюбності, активності, акуратності та інших.

Функції оцінки не обмежуються тільки констатацією рівня досягнень. Оцінка є засобом стимулювання учіння. Під впливом об'єктивного оцінювання в учнів формується адекватна самооцінка, критичне ставлення до своїх успіхів.

Принципи організації діагностики і контролю за навчальною діяльністю учнів:

1. Об'єктивність, позбавлена суб'єктивних і помилкових оціночних суджень і висновків учителя. Об'єктивність забезпечується науково обґрунтованим змістом діагностичних тестів (завдань, питань), діагностичних процедур; рівним, дружнім ставленням педагога до всіх учнів; точним, адекватно установленим критерієм оцінювання знань, уміньі означає, що виставлені оцінки збігаються незалежно від методів і засобів контролювання та педагогів, які здійснюють діагностування.

2. Систематичність, регулярність проведення діагностичного контролю на всіх етапах процесу навчання. При цьому комплексно використовуються різні форми, методи і засоби контролювання, перевірки й оцінювання, що вилучає універсальність окремих методів і засобів діагностування.

3. Гласність, що полягає в проведенні відкритих випробовувань усіх учнів за тим самим критерієм.

Дотримання вищеназваних принципів забезпечить надійність діагностики і виконання учнями своїх завдань у процесі повторення. Діагностика, контроль, перевірка й оцінювання знань, умінь учнів проводяться у тій самій логічній послідовності, що й вивчення та повторення. Основними ланками перевірки є попередня, поточна, повторна, періодична, підсумкова, для яких використовуються методи контролю — способи, за допомогою яких визначається результативність навчально-пізнавальної діяльності учнів і педагогічної роботи вчителя.

Залежно від специфіки організації контролю за навчальною діяльністю учнів використовуються й такі форми контролю: фронтальна, групова, індивідуальна, комбінована, самоконтроль.

При фронтальній формі організації учитель ставить питання до всього класу з метою залучення його до обговорення. Форма дозволяє вдало поєднувати перевірку знань з повторенням і закріпленням матеріалу. За порівняно короткий час учитель перевіряє знання у значної частини учнів класу. Зрозуміло, що на підставі коротких відповідей учнів важко судити про реальний рівень засвоєння ними знань.

Групова форма організації контролю використовується в тих випадках, коли перевіряються підсумки навчальної роботи або хід її виконання частиною, групою учнів класу, що одержала певне завдання. При цьому питання ставляться перед групою, в їх вирішенні беруть участь учні, які працювали в складі даної групи, і обов'язково залучаються інші учні класу.

Індивідуальний контроль застосовується для ґрунтовного ознайомлення учителя із рівнем навчальних досягнень окремих учнів. При цьому звертається увага на осмислений характер відповіді учня, логічність його суджень, доказовість положень, уміння застосовувати засвоєні знання. Цей вид контролю здійснюється на уроці, залежить від часу, що відводиться на контроль, характеру й обсягу вивченого матеріалу, рівня підготовки учнів.

Комбінована форма контролю поєднує індивідуальний контроль з фронтальним і груповим: учитель одночасно викликає для відповіді декількох учнів, один з них відповідає усно, 1 — 2 готуються до відповіді, виконуючи на класній дошці необхідну роботу, а решта учнів виконує індивідуальні письмові чи практичні завдання. Перевагою комбінованої форми опитування є можливість ґрунтовно перевірити декількох учнів при порівняно невеликій витраті часу. Недоліком є те, що вона обмежує навчальну функцію перевірки, бо учні, які самостійно виконують завдання, не беруть участі у фронтальній роботі з класом, а результати їх праці перевіряються учителем за межами уроку.

Самоконтроль допомагає учневі самостійно розібратися в тому, як він оволодів знаннями, перевірити правильність виконання вправ шляхом зворотних дій, оцінити практичне значення результатів проведених дослідів, виконаних вправ, задач тощо. Сама перевірка сприяє стимулюванню учіння, більш повному сприйманню навчального матеріалу, викликає потребу в його глибокому осмисленні. В організації самоконтролю учнів застосовуються засоби машинного і безмашинного програмування.

В залежності від дидактичної мети використовують різні види контролю за навчанням: попередній, біжучий. повторний, тематичний, періодичний, підсумковий, комплексний.

Попередній контроль носить діагностичний характер. Напередодні вивчення певної теми, засвоєння якої має грунтуватися на раніше вивченому матеріалі, учитель має з'ясувати рівень розуміння опорних знань, актуалізувати їх, аби успішно рухатися вперед.

Біжучий контроль передбачає перевірку якості засвоєння знань у процесі зичення конкретних тем.

Повторний контроль спрямований на створення умов для формування умінь і навичок. При цьому треба виходити з позиції, яку визначив ще

К.Д.Ушинський: хороші дидакти те й роблять, що без кінця повторюють і лише кожен раз додають щось нове.

Тематичний контроль пов'язаний з перевіркою рівня знань, умінь та навичок учнів в обсязі певного розділу чи об'ємної теми конкретної навчальної дисципліни.

Періодичний контроль передбачає за мету встановити, яким обсягом знань учні володіють з тих або інших проблем стосовно вимог програм.

Підсумковий контроль має своїм завданням з'ясувати рівень засвоєння учнями навчального матеріалу в кінці навчального року або по завершенню вивчення навчальної дисципліни. Це проводиться у формі заліків, екзаменів.

Комплексний контроль передбачає перевірку рівня засвоєння знань, умінь та навичок з кількох суміжних дисциплін, що забезпечують комплексний підхід до формування світогляду учнів. Наприклад, можна з'ясувати рівень знань учнів з історії, літератури, народознавства, що стосується певної історичної епохи.

Передові вчителі досягають великих успіхів тому, що постійно дбають про високий рівень усіх складових частин процесу навчання: якісний, логічний виклад та пояснення навчального матеріалу; розвиток самостійної творчої роботи учнів по оволодінню знаннями, вміннями та навичками; розвиток інтересу учнів до знань і потребу систематизувати й узагальнювати свої знання, оптимальну повторюваність знань і закріплення в пам’яті учнів найважливіших елементів знань; систематичну й об’єктивну перевірку знань. Ці вчителі розуміють, що учні навчаються так, як їх перевіряють. Не існує такого вчителя, який би мав високі показники у своїй роботі, і в той же час нехтував перевіркою і оцінкою знань учнів.

Останнім часом багато педагогів та вчителів працювало і працює над вдосконаленням системи контролю та оцінки знань. З’явилась чимала кількість думок щодо цього питання. Деякі з них реалізувалися в дійсність, а деякі так і не отримали життя.У цілому контроль успішності, її діагностування має характер об'єктивної констатації результатів. Загальноприйнятий принцип індивідуалізації навчання вимагає одного підходу: кожен йде своїм шляхом, дотримується власного темпу, навчається в міру своїх можливостей, потреб, реальних оцінок майбутнього.

Результати контролю навчально-пізнавальної діяльності учнів виражаються в її оцінці. Слово «оцінка» означає характеристику цінності, рівень чи значення будь-яких об'єктів або процесів. Оцінити — означає встановити рівень чи якість чогось. Стосовно навчально-пізнавальної діяльності оцінка означає встановлення ступеня виконання учнями завдань, поставлених перед ними в процесі навчання, рівня їх підготовки і розвитку, якості набутих знань, сформованих умінь і навичок.

Виставляючи оцінку, педагог повинен її обґрунтувати, керуючись логікою та існуючими критеріями. Досвідчені вчителі постійно звертаються до такого обґрунтування. Це якоюсь мірою зменшує суб'єктивізм педагога, запобігає конфліктам з учнями.Адже “найголовніше заохочення, – зауважував В.О.Сухомлинський, – і найсильніше (та не завжди дійове) покарання в педагогічній праці – оцінка. Це найгостріший інструмент, використання якого потребує величезного вміння і культури”.

За останні роки широкого використання здобули тести, як одна із форм перевірки засвоєння учбового матеріалу. Тести – це завдання специфічної форми, які дозволяють оцінити степінь оволодіння учнями навчального матеріалу. Однією з найбільш важливих переваг тестового контролю вважається високий рівень об’єктивності виставлення оцінок, так як надається можливість точного підрахунку правильних і неправильних відповідей. Використання тестів в процесі навчання є одним із раціональних доповнень до методів перевірки знань, умінь та навичок учнів. Тести є також відмінним засобом індивідуалізації навчання, так як враховують психологічні особливості учнів. Серед безмашинних засобів перевірки найбільш поширені також у практиціроботи школи: усне опитування учнів біля дошки, перевірка вчителем зошитів з домашнім завданням, математичний диктант, самостійна і контрольна роботи.

Роль домашніх завдань з стереометрії практично знецінюється, якщо не налагоджено їх перевірка. Вчителі практикують різні форми обліку. Перевірку домашнього завдання можна здійснювати в різних формах. Розглянемо найбільш поширені прийоми перевірки домашнього завдання. Біля дошки готується один учень, клас в цей час зайнятий іншою роботою. Потім учень відповідає, а інші слухають і ставлять запитання. Відрізняється від першого тим, що до дошки викликається не один, а всі учні. Цей прийом дозволяє економити час урокуі називають ущільненим опитуванням. Необхідно відзначити недоліки цих прийомів:

1) викликана учням виділяється час на підготовку до відповіді.Іншим не дається час, щоб продумати відповіді на поставлені питання.

2) Якщо викликані учні відповідають погано, то ущільнений опитуваннязатягується на 15-20 хвилин, а інших учнів учитель викликати не може,так як вони не готувалися до відповіді. Крім таких форм контролю виконання домашнього завдання існують і інші.

Самоперевірка за зразком застосовується на першому уроці після поясненнянового матеріалу. Зразок рішення домашньої роботи записаний на дошці заздалегідь.

Математичний диктант може замінити опитування по темі, заданій дляповторення. Його тривалість зазвичай 10-20 хвилин. Він являє собою систему питань, пов'язаних між собою. Текст диктанту може бути:

1. Написаний на плакаті

2. Спроектувати на дошку за допомогою кодоскопа

3. Зачитано вчителем

Існує ще такий різновид диктанту, як математичний диктант з графічним записом відповіді. Наведемо методику проведення диктанту.

1. Учитель повністю зачитує текст, а учні слухають, не роблячи записів.

2. Учитель читає текст по фразах, роблячи паузи від однієї до чотирьох хвилин,щоб дати учням можливість виконати завдання.

3. Коли всі завдання виконані, вчитель знову читає весь текст з невеликими зупинками (це дає можливість учням що - то виправити чи зробити доповнення). Правильні відповіді записуються на дошці. Учні можуть перевірити диктантсамостійно у сусіда по парті. У 5-7 класах всі роботи перевіряються вчителем. Цей метод перевірки частішевикористовується у старших класах.

За допомогою математичного диктанту можна перевірити знання учнями формулювань, визначень, властивостей, теорем, формул, вміння та навички в їх використанні.

При вивченні стереометрії важливо, щоб учні не тільки знали теоретичний матеріал, але і вміли застосовувати його до рішення задач і вправ. Ці вміння та навички можуть бути по-справжньому перевірені тільки в письмовій роботі. Зазвичай самостійні роботи проводяться після колективного рішення завдань нової теми і передують контрольній роботі по цій темі.

При проведенні самостійної роботи вчитель стикається з наступними труднощами:

1. Діти закінчують роботу не одночасно, тому доцільновключати в роботу додаткові завдання для тих, хто працює швидше.

2. Важко підібрати завдання однаково посильні всім учням. 3. Важко організувати перевірку самостійних робіт.

Контрольна робота може бути короткочасною та довготривалою.

1. Перед проведенням контрольної роботи необхідно визначити об'єкт контролю, мету майбутньої роботи і засоби контролю. Вони повинні бути повідомлені учням.

2. Залежно від виду завдань потрібно продумати, яким чином учень- повинен їх оформити.

3. Вчитель повинен продумати що він віднесе до недоліків, а що до помилок. З цього буде складатися оцінка. Критерії оцінки хоча б у загальних рисах повинні бути відомі учням.

Проте проблема співвідношення усних і писемних форм контролю здебільшого вирішується на користь останніх. Вважається, що усний контроль не забезпечує належної об'єктивності, хоча він допомагає виробляти швидку реакцію на запитання, розвиває складну мову. Письмова перевірка забезпечує вищу об'єктивність, сприяє розвиткові логічного мислення, цілеспрямованості: учень при письмовому контролі зосереджений, глибше вникає в суть питання, обдумує варіанти вирішення і побудови відповіді. Письмовий контроль привчає до точності, лаконічності, пов'язаного викладу думок.

Отож, ми вже знаємо, що зміст освіти є не сукупністю складових (системи наукових знань, умінь та навичок, досвіду здійснення творчої діяльності, емоційно-ціннісних ставлень до навколишньої дійсності), а їх "критичною масою", інтегрованим результатом. Тому засвоєння змісту освіти оцінюється не як сума знань, умінь і навичок, а як загальна здатність учня до життєдіяльності. Виявлення рівня опанування учнем змісту загальної середньої освіти як інтегрованого результату його навчальної діяльності, його компетенцій і є об'єктом оцінювання.

Таким чином, контроль і оцінка знань, умінь і навичок учнів – є невід'ємним структурним компонентом навчального процесу. Процес навчання є системою із внутрішніми взаємозв'язками між їх компонентами. Компоненти цієї системи є діючими, залежними один від одного, дія одного обумовлює функцію іншого, оскільки вони знаходяться в складних взаємовідношеннях. Важливим компонентом системи навчання в середньому навчальному закладі є контроль, який виступає підсистемою по відношенню до цієї системиповторення матеріалу.

РОЗДІЛ 2
ЕКСПРЕС-МЕТОДИКА ПОВТОРЕННЯ, УЗАГАЛЬНЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ УЧНІВ З СТЕРЕОМЕТРІЇ

2.1.Планування процесу повторення в курсі стереометрії

Повторення навчального матеріалу з геометрії здійснюється у всій системі навчального процесу: при актуалізації знань — на етапі підготовки і вивчення нового матеріалу, при формуванні вчителем нових понять, при закріпленні вивченого раніше, при організації самостійних робіт різних видів, при перевірці знань учнів. Навчальною програмою з математики для учнів загальноосвітніх навчальних закладів, академічний рівень, для повторення, систематизації та узагальнення вивченого матеріалу в 10 - 11класах передбачено по 8 годин. При тому після вивчення кожної теми відводиться по одній годині для закріплення отриманих знань і вмінь.

Курс вивчення стереометрії розподілено у 7 темах, 3 з яких – в 10-му і 4 – 11-му класі.

клас	**Номер теми**	**Назва теми**
10	1.	Вступ до стереометрії
	2.	Паралельність прямих і площин у просторі
	3.	Перпендикулярність прямих і площин у просторі
11	4.	Координати, геометричні перетворення та вектори у просторі
	5.	Многогранники
	6.	Тіла обертання
	7.	Об’єми та площі поверхонь геометричних тіл

Основна дидактична мета і завдання цих уроків цілком логічно випливають із місця їх в темі. Оскільки уроки є останніми, підсумковими, то увага приділяється повторенню, узагальненню і систематизації знань і вмінь під час вивчення відповідної теми.

Структура цих підсумкових уроків одна і та ж, тому його початок (актуалізація опорних знань)пропоную організувати з традиційного опитування за основними питаннями теми або за контрольними запитаннями до теми у формі «Скринька памяті». Вчитель дістає запитання, записані на аркушах, зі скриньки і зачитує їх, учні відразу відповідають.Не правильні відповіді виправляють самі учні (і лише за необхідності – вчитель). Для учнів зі слабкими знаннями використовується прийом «Незакінчене речення». Далі пригадані знання доречно застосувати при розв’язуванні тестових завдань з теми.

Перед виконанням практичного завдання проводиться робота з виділення основних видів задач на застосування вивчених у темі понять.

Наступний етап (застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв’язуванні вправ) варто закріпити навички при виконанні усних і письмових завдань(зокрема і прикладного характеру) при чому в формі групової роботи.

Вправи, що запропоновані для виконання на уроці, мають більш високий рівень складності, ніж вправи попередніх уроків, і вимагають від учнів застосування матеріалу попередніх уроків, але і вивчених у 9 класі властивостей деяких окремих видів многогранників, а також просторового чотирикутника. З метою успішного розв'язування письмових задач необхідно попередньо виконати усні вправи. В свою чергу, виконання письмових вправ передбачає, в даному випадку, формування вмінь використовувати знання в комплексі з набутими раніше. Зміст навчального матеріалу варто ще раз систематизувати.

В кінці уроку варто зробити підсумок співпраці у формі «пінг-понг» та висловитись у «скриньку побажань»; подати домашнє завдання у вигляді подібних завдань, що будуть слідувати написанню контрольної роботи.

Підсумковий урок з теми

«Основні поняття стереометрії. Аксіоми та наслідки стереометрії»

Мета:

- ✓ узагальнити та систематизувати знання із вивчених тем даного розділу та закріпити уміння і навички їх застосування; поглибити та розширити діапазон знань учнів з теми;
- ✓ формувати навички та уміння практичного використання набутих теоретичних знань, вчити робити облік рівня знань своїх навчальних досягнень, формувати зацікавленість у результатах спільної роботи; розвивати творчі здібності і логічне мислення учнів при розв'язуванні практичних задач; формувати організаційну, соціально-особистісну, інформаційну, життєтворчу компетентності;
- ✓ виховувати прагнення до знань, інтерес до математики; показати важливість математичних знань у повсякденному житті, виховувати почуття взаємодопомоги, взаємопідтримки.

Тип уроку:узагальнення і систематизації знань.

Форма уроку: урок - практикум.

Методи навчання: частково-пошуковий.

Прийоми: теоретичний бліц - турнір «Скринька пам'яті», «естафета», диференційована самостійна робота, «Пінг-понг», «Скринька побажань».

Засоби навчання:аркуші оцінювання, картки для усного рахунку, таблиці-вислови, вимоги до знань, умінь та навичок учнів.

Обладнання: креслярські приладдя, схеми, узагальнені таблиці, смайлики.

Орієнтований план уроку

I.	Організаційний етап.	3
II.	Формування теми і мети уроку	2
III.	Мотивація навчальної діяльності	1
IV.	Актуалізація знань умінь і навичок	10
V.	Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при	

	розв’язуванні вправ.	5
VI.	Контроль знань, умінь і навичок учнів	15
VII.	Підсумок уроку	5
VIII.	Домашнє завдання	1
IX.	Рефлексія	3

Хід уроку

I. Організаційний етап.

Організація уваги учнів. Перевірка готовності класу до заняття.

Для сьогоднішнього уроку я до кожного етапу уроку підібрала вислів відомої людини. І починаємо ми з вислову *Конфуція «Від того настрою, з яким ви вступаєте в день, або в якусь справу залежать ваші успіхи, а можливо, і невдачі».* Я бажаю вам розпочати урок з гарним настроєм і отримати від нього задоволення і гарні результати.

II. Формування теми та мети уроку.

«Коли починаєш справу, спитай себе: «Що я маю зробити?» Після закінчення: «Що я зробив?» Піфагор.

І сьогодні, у центрі уваги – початкові відомості стереометрії.

В програмі з математики зазначено:

Учень (учениця):

розрізняє означувані і неозначувані поняття, аксіоми і теореми стереометрії;

називає основні поняття стереометрії;

наводить приклади просторових геометричних фігур (плоскихі неплоских);

формулює аксіоми стереометрії та наслідки з них;

пояснює застосування аксіом стереометрії до розв’язування нескладнихгеометричних і практичних задач;

розв’язує нескладні задачі.

Тому сьогодні на уроці перед нами стоять **завдання:**

Закріпитививчені поняття стереометрії .

Повторити формулювання вивчених аксіом, теорем.

Узагальнити і систематизувати набуті знання, при розв'язуванні задач.

ІІІ. Мотивація навчальної діяльності.

«Математику вже навіть задля того потрібно вивчати, що вона розум до ладу приводить». Ломоносов

Сучасні фахівці повинні добре володіти математичним апаратом, який має надзвичайне значення для багатьох професій. Ми дізнались про те, що людство завжди оточували предмети, які мають форму того чи іншого геометричного тіла, тому нам потрібно знати властивості цих тіл, вміти зображати їх на площині, та обчислювати їх розміри. І в цьому нам завжди допомагала наука геометрія та її розділи. Ми закінчили вивчати з вами перший розділ стереометрії, в якому познайомились з основними стереометричними поняттями, аксіомами та наслідками. Тому девізом нашого уроку можуть бути слова «Якщо хочеш іти вгору, мусиш проти течії».

IV. Актуалізація знань, умінь та навичок.

Фронтальне опитування «Скринька пам'яті».

Вчитель дістає запитання, записані на аркушах, зі скриньки і зачитує їх, учні відразу відповідають. Неправильні відповіді виправляють самі учні (і лише за необхідності – вчитель). Для учнів зі слабкими знаннями використовується прийом «Незакінчене речення».

Перелік запитань (використання схем, рисунків, таблиць).

1. Яка структура геометрії?
2. Що таке стереометрія?
3. Які аксіоми належать до системи аксіом стереометрії?
4. Сформулюйте аксіоми групи С.
5. Чи можна через пряму і точку,яка не лежить на ній, провести площину? Якщо можна, то скільки?

6. Скільки точок прямої повинно належати площині, щоб вся пряма належала цій площині?

7. Яка кількість точок, що не лежать на одній прямі, необхідна щоб провести єдину площину?

8. У результаті чого простір розбивається на два півпростори?

9. Як впливає взаємне розміщення двох точок (що утворюють відрізок) на належність одному чи двом півпросторам?

10. Які основні(найпростіші) фігури в просторі?

11. Дайте повне формулювання стереометричних аксіом належності.

12. Сформулюйте теорему про існування площини, яка проходить через дану точку.

13. Які аксіоми використовуються при доведенні теореми 1.1? (*Ілюструється схема 1*.)

14. Яким може бути взаємне розташування прямої і площини в просторі?

15. Які аксіоми і теореми використовуються при доведенні теореми 1.2? (*Ілюструється схема2*.)

16. Сформулюйте теорему про існування площини, яка проходить через три дані точки.

17. Які аксіоми і теореми використовуються при доведенні теореми 1.3? (*Ілюструється схема 3.)*

V. Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв'язуванні вправ.

«Теорія без практики мертва і безплідна, практика без теорії неможлива».

Рене Декарт.

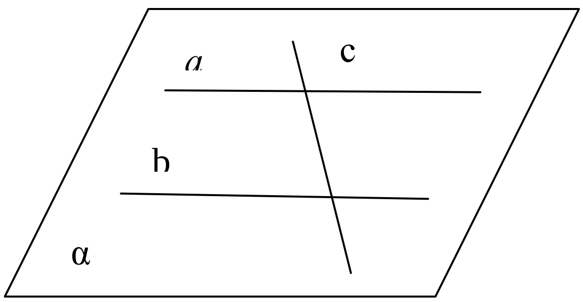
1. Три мухи розлетілися в різні сторони. При яких умовах всі вони будуть знаходитися в одній площині?(Аксіома 1)

2. Вугільний пласт зазвичай залягає так, що верхня частина представляє собою частину площини. Яку найменшу кількість свердловин слід зробити, щоб визначити як розміщений пласт?(Аксіома 1)

1. Скільки всього існує різних площин, які проходять через пряму і точку в просторі?

Доведення	Чому саме так?
Якщо в просторі дано пряму і точку, що лежить на ній, то ними визначається безліч площин, оскільки через пряму проходить безліч різних площин. Якщо ж точка не лежить на прямій, то за наслідком з аксіом стереометрії таку площину можна побудувати лише одну. *Відповідь.* Безліч абоодна.	Взявши поза цією прямою довільну точку, ми кожного разу матимемо іншу площину, яка не збігатиметься з раніше побудованою. Таких площин – безліч. Через дану точку поза прямою можна побудувати або пряму, що перетинатиме дану пряму, або пряму, паралельну даній. Обидва випадки задають одну площину.

2. Доведіть, що всі прямі, які перетинають дві дані паралельні прямі, лежать в одній площині.

Доведення	
Оскільки прямі *a* і *b* паралельні, то, за означенням,ці прямі лежать в одній площині α. Довільнапряма *c*, яка перетинає *a* і *b*, має з площиною αдві спільні точки – точки перетину. Згідно з теоремою 1.2, ця пряманалежить площині α. Отже, всі прямі, які перетинають двіпаралельні прямі, лежать в одній площині, що й вимагалося довести.	

VI. Контроль знань, умінь і навичок учнів

1. Скільки площин у просторі можна провести через дві точки?

А	Б	В
Безліч	Одну	Жодної

2. Через точку перетину двох даних прямих можна провести третю пряму, яка …

А	Б	В
Не лежить з даними прямими в одній площині	Лежить з даними прямими в одній площині	Справедливі обидва твердження

3. Чи можна провести площину через три точки, якщо вони лежать на одній площині?

А	Б	В
Ні, ніколи	Так, завжди	Інколи, при певній умові

4. Скільки площин можна провести через пряму і точку А, яка не належить прямій *a*?

А	Б	В
Тільки одну	Жодної	Безліч

5. Які з перелічених фігур плоскі?

А	Б	В
Відрізок, площина, призма	Кут, трикутник, циліндр	Коло, вектор, пряма

6. Чотири точки не лежать в одній площині. Чи можуть будь-які три точки з них лежати на одній прямій?

А	Б	В
Так, завжди	Ні, не можуть	Так, при певній умові

7. Чи можуть дві площини мати тільки одну спільну точку?

А	Б	В
Ні, ніколи	Так, завжди	Так, при певній умові

8. Якщо обидва кінці діаметра кола належать деякій площині, то діаметр цього кола …

А	Б	В
Перетинає дану площину	Належить цій площині	Не належить цій площині

9. Дві вершини трикутника і точка перетину його медіан належать деякій площині. Тоді третя вершина трикутника …

А	Б	В
Ніколи не належить цій площині	Належить цій площині	Знаходиться поза площиною

10. Дві площини спільних точок можуть мати:

А	Б	В
Одну	Безліч	Жодної або безліч

VII. Підсумок уроку.

«Добре засвоєна мудрість не забувається ніколи». Піфагор.

Учні відповідають на питання

Чи досягли мети уроку?

Чи виконали всі завдання уроку?

Використовуючи «Мета і завдання уроку», «Учні повинні вміти». Застосовуючи прийом «Пінг-понг», продовжують фрази:

Я навчилася…Я зрозумів…Я закріпила…Я повторив…

А тепер підведемо підсумок уроку***(Оцінювання знань учнів).***

«Корінь навчання гіркий, а плоди його солодкі». Аристотель.

VII. Домашнє завдання.

«Як крапля точе камінь не силою, а частим падінням, так і людина стає вченою частим учінням». Дістервег.

Повторити теоретичні відомості з теми, підготуватися до контрольної роботи, виконати домашню контрольну роботу.

Умова домашньої контрольної роботи

1.Пряма AB і точки C, D не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі AB і CD не перетинаються.

2. Чи лежить у площині трикутника пряма, що перетинає дві його сторони? Відповідь обґрунтуйте.

3. Чи можна через три точки, що належать одній прямій, провести дві різні площини? Відповідь обґрунтуйте.

4.Через точку D, що не лежить на прямій a, проведено прямі b і c, які перетинають пряму a. Доведіть, що прямі a,b і c лежать в одній площині.

5. Задано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Побудуйте:

1) переріз куба площиною A_1C_1D;

2) точку перетину прямої SFіз площиною ABB_1, де Sналежить A_1D_1, F – B_1C_1.

IX. Рефлексія.

Для взаємозв'язку вчителя з учнями використовується прийом **«Скринька побажань».**

Що сподобалося на уроці?

Що не сподобалося?

Що пропонуєш змінити?

Учні пишуть відповіді на аркушах і кладуть до скриньки.

Закінчити наш урок мені хотілося б словами Спінози: «*Якщо ви хочете, щоб життя посміхалося вам, подаруєте йому спочатку свій гарний настрій*».

Дякую вам за урок. Бажаю всім успіхів і гарного настрою!

Підсумковий урок з теми

«Паралельність прямих і площин у просторі»

Мета:

✓ узагальнити та систематизувати знання із вивчених тем даного розділу та закріпити уміння і навички їх застосування щодо:

- випадків взаємного розміщення двох прямих у просторі;
- означення, ознак і властивостей паралельних і мимобіжних прямих;
- випадків взаємного розміщення прямої і площини у просторі;
- означення, ознак і властивостей паралельних прямої і площини.

✓ формувати навички та уміння практичного використання набутих теоретичних знань, формувати зацікавленість у результатах спільної роботи; розвивати творчі здібності і логічне мислення учнів при розв'язуванні практичних задач; формувати організаційну, соціально-особистісну, інформаційну, життєтворчу компетентності;

✓ виховувати прагнення до знань, інтерес до математики; показати важливість математичних знань у повсякденному житті, виховувати почуття взаємодопомоги, взаємопідтримки.

Тип уроку:узагальнення і систематизації знань.

Форма уроку: урок - практикум.

Методи навчання: частково-пошуковий.

Прийоми: фронтальне опитування «Скринька пам'яті», «Пінг-понг», «Скринька побажань».

Засоби навчання: таблиці-вислови, вимоги до знань, умінь та навичок учнів.

Обладнання:креслярські приладдя, схеми, узагальнені таблиці, смайлики.

Орієнтований план уроку

I.	Організаційний етап.	3
II.	Формування теми і мети уроку	2
III.	Мотивація навчальної діяльності	1
IV.	Актуалізація знань умінь і навичок	10

V.	Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв'язуванні вправ**.**	5
VI.	Контроль знань, умінь і навичок учнів	15
VII.	Підсумок уроку	5
VIII.	Домашнє завдання	1
IX.	Рефлексія	3

Хід уроку

I. Організаційний етап.

Організація уваги учнів. Перевірка готовності класу до заняття.

Для сьогоднішнього уроку я до кожного етапу уроку підібрала вислів відомої людини. І починаємо ми з вислову *Конфуція «Від того настрою, з яким ви вступаєте в день, або в якусь справу залежать ваші успіхи, а можливо, і невдачі».* Я бажаю вам розпочати урок з гарним настроєм і отримати від нього задоволення і гарні результати.

II. Формування теми та мети уроку.

«Коли починаєш справу, спитай себе: «Що я маю зробити?» Після закінчення: «Що я зробив?» Піфагор.

І сьогодні, у центрі уваги – взаємне розміщення прямих у просторі, прямої і площини.

В програмі з математики зазначено:

Учень (учениця):

формулює означення паралельних і мимобіжних прямих, паралельнихпрямої і площини, паралельних площин; властивості та ознаки паралельності прямих і площин;

класифікує взаємне розміщення прямих, прямих і площин, площину просторі;

знаходить і зображує паралельні прямі та площини на рисункахі моделях;

встановлює взаємне розміщення прямих і площин у просторі, зокрема паралельність прямих, прямої і площини, двох площин, з՚ясовує, чи є дві-прямі мимобіжними;

будує зображення фігур і виконує на них нескладні побудови;

розв'язує нескладні задачі на застосування властивостей та ознак паралельності прямих і площин;

застосовує відношення паралельності між прямими і площинами у просторі до опису відношень між об'єктами навколишнього світу..

Тому сьогодні на уроці перед нами стоять **<u>завдання:</u>**

Закріпити вивчені поняття розділу.

Повторити формулювання теорем.

Узагальнити і систематизувати набуті знання, при розв'язуванні задач.

III. Мотивація навчальної діяльності.

«Математика — це мова плюс роздум» (Р. Фейнман).

Сучасні фахівці повинні добре володіти математичним апаратом, який має надзвичайне значення для багатьох професій. Ми дізнались про те, що людство завжди оточували предмети, які мають те чи інше взаємне розміщення, тому ми повинні вміти зображати їх на площині чи просторі, та обчислювати їх розміри. І в цьому нам завжди допомагала наука геометрія та її розділи. Ми закінчили вивчати з вами розділ стереометрії, в якому познайомились з основними випадками взаємного розміщення прямих та площин. Тому девізом нашого уроку можуть бути слова «Якщо хочеш іти вгору, мусиш проти течії».

IV. Актуалізація знань, умінь та навичок.

<u>Фронтальне опитування «Скринька пам'яті».</u>

Вчитель дістає запитання, записані на аркушах, зі скриньки і зачитує їх, учні відразу відповідають. Неправильні відповіді виправляють самі учні (і лише за необхідності – вчитель). Для учнів зі слабкими знаннями використовується прийом «Незакінчене речення».

Перелік запитань (використання схем, рисунків, таблиць).

1. Які прямі в просторі називаються паралельними, мимобіжними?
2. Сформулюйте ознаку паралельності прямих.
3. Сформулюйте ознаку мимобіжних прямих.
4. Що означає: пряма і площина паралельні?
5. Які площини називаються паралельними?
6. Назвіть випадки взаємного розміщення прямої і площини.
7. Дайте означення паралельності прямої і площини.
8. Сформулюйте ознаку паралельності прямої і площини.
9. Сформулюйте властивість прямої, паралельної площині.

V. Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв'язуванні вправ.

1. MN – середня лінія бічної грані SAB правильної чотирикутної піраміди SABCD. Доведіть, що MN ||CD.

Доведення

Бічними гранями піраміди є трикутники. MN - середня лінія трикутникаSAB, тому MN||AB.

AB||CD, оскільки основа даної піраміди – квадрат ABCD. Отже, за ознакою паралельності прямих,

MN||CD.

2. Точки M і N – середини сторін AB і BC трикутника ABC. Яким може бути взаємне розміщення прямої MN і площини α, що проходить через сторону AC?

Розв'язання.

Оскільки M і N - середини сторін AB і BC трикутника ABC, то MN – середня лінія, паралельна стороні AC трикутника. Отже можливі 2 випадки:

1) прямі MN і AC лежать у площині α;

2) пряма MN не лежить у площині α і паралельна прямій АС, що лежить у площині α, тобто пряма MN II α.

3. Прямі АВ не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі АС і ВД не можуть перетинатися.

Доведення.

Якщо припустити, що прямі АС і ВД перетинаються, то вони лежать у деякій площини. тоді всі точки А,В,С,Д лежать у цій площині, а отже прямі

АВ і СД лежать в одній площині, що суперечить умові. Таким чином, прямі АС і ВД не можуть перепинатися.

VI. Контроль знань, умінь і навичок учнів

1. Якщо пряма, яка не належить площині, паралельна деякій прямій цієї площини, то вона

А	**Б**	**В**
Перетинає площину	Паралельна площині	Належить площині

2.Якщо пряма не належить площині й паралельна до неї, то вона …

А	**Б**	**В**
Паралельна деяким прямим цієї площини	Перетинає цю площину	Паралельна всім прямим цієї площини

3. Пряма *а* паралельна до площини γ. Будь-яка площина β, яка містить пряму *а*, …

А	**Б**	**В**
Паралельна до площини γ	Перетинає площину γ	Паралельна до площини γ або перетинає площину γ

4. Середня лінія МК трапеції ABCD лежить у площині γ, а її основа AD не лежить у ній. Як розміщена пряма AD відносно площини γ?

А	**Б**	**В**
Паралельна площині	Мимобіжна	Перетинає площину

5. Одна із сторін паралелограма паралельна до площини β. Як розміщені відносно площини β інші сторони паралелограма?

А	Б	В
Паралельні цій площині	Перетинають площину	Перетинають площину або паралельні їй

6. Трикутники ABC і MBC не лежать в одній площині і мають спільну сторону. Точки D, H, K – середини сторін MB, CM, AC. Відрізок AB перетинає площину DHK в точці S. Знайти SK, якщо BC=8 см.…

А	Б	В
2 см	16 см	4 см

7. Точка P лежить між паралельними площинами α і β. Прямі mі n, що проходять через точку P, перетинають площину α в точках N_1 і M_1, а площину β - в точках N_2 і M_2 відповідно. Знайдіть PM,

якщо $N_1P : N_1N_2 = 1:3$, $M_1M_2 = 15$ дм.

А	Б	В
5 см	5 дм	45 дм

8. Через кінець A відрізка AB проведено площину α. Через кінець B і точку K цього відрізка проведено паралельні прямі, які перетинають площину α в точках B_1 і K_1. Знайти довжину відрізка KK_1, якщо AK:KB =3:2 і BB_1=16 м.

А	Б	В
9,6 м	6,4 м	$26\frac{2}{3}$ м

9. Трикутник ASD і трапеція ABCD мають спільну сторону AD і лежать в різних площинах. Через основу BC трапеції і середину відрізка D – точку H проведено площину, яка перетинає пряму AS в точці K. Знайдіть HK, якщо AD=10 см.

А	Б	В
5 см	10 см	15 см

10. Площини α і β паралельні. Точки N_1 ,N_2 і M_1, M_2 належать цим площинам так, що прямі N_1M_1 і N_2M_2 перетинаються в точці Р. Обчислити Р N_1 і PM_2, якщо N_1M_1= 6 дм, PN_2 = 25 см, PM_2: PN_2 = 3.

А	Б	В
15 см і 7,5 см	1,5дм і 7,5дм або 3дм і 7,5 дм	3 дм і 7,5 дм

VII. Підсумок уроку.

«Найдосконаліший мозок іржавіє без дії.»Шерлок Холмс.

Учні відповідають на питання

Чи досягли мети уроку?

Чи виконали всі завдання уроку?

використовуючи «Мета і завдання уроку», «Учні повинні вміти». Застосовуючи прийом «Пінг-понг», продовжують фрази:

Я навчилася…Я зрозумів…Я закріпила…Я повторив…

А тепер підведемо підсумок уроку(***Оцінювання знань учнів).***

«Найвище призначення математики полягає в тому, щоб знаходити прихований порядок в хаосі, що оточує нас». Н. Вінер

Учні рахують бали в аркуші оцінювання і оголошують вчителю, роблять самостійний аналіз власної роботи на уроці. Вчитель виставляє і коментує оцінки.

VIII. Домашнє завдання.

«Як крапля точе камінь не силою, а частим падінням, так і людина стає вченою частим учінням». Дістервег.

Повторити теоретичні відомості з теми, підготуватися до контрольної роботи.

Умова домашньої контрольної роботи

1. Трикутник ABF і прямокутник ABCDлежать у різних площинах. Точки MIN– середини відрізків і відповідно. Як розміщені прямі MNiDC, MNiBD, пряма MNi площинаABC? Відповідь обґрунтуйте.

2. Площина αперетинає дві сторони DFі FAтрикутника DFAв точках Kі Mвідповідно і паралельна його третій стороні. Знайдіть довжину відрізкаKM, якщо DK:KF=2:3, DA=15 см.

3. Дві площини αі β перетинаються по прямій AB. Чи можна стверджувати, що пряма проведена на площині α паралельно площині β, завжди паралельна AB?

IX. Рефлексія.

Для взаємозв'язку вчителя з учнями використовується прийом **«Скринька побажань».**

Що сподобалося на уроці?

Що не сподобалося?

Що пропонуєш змінити?

Учні пишуть відповіді на аркушах і кладуть до скриньки.

Закінчити наш урок мені хотілося б словами Спінози: «*Якщо ви хочете, щоб життя посміхалося вам, подаруєте йому спочатку свій гарний настрій*».

Дякую вам за урок. Бажаю всім успіхів і гарного настрою!

Підсумковий урок з теми

«Перпендикулярність прямих і площин у просторі»

Мета:

✓ узагальнити та систематизувати знання із вивчених тем даного розділу та закріпити уміння і навички їх застосування щодо:

- Змісту теореми про три перпендикуляри;
- Означення кута між прямою і площиною;
- Означення, ознак і властивостей перпендикулярних площин;
- означення, ознак і властивостей паралельних прямої і площини.

✓ формувати навички та уміння практичного використання набутих теоретичних знань, формувати зацікавленість у результатах спільної роботи; розвивати творчі здібності і логічне мислення учнів при розв'язуванні практичних задач; формувати організаційну, соціально-особистісну, інформаційну, життєтворчу компетентності;

✓ виховувати прагнення до знань, інтерес до математики; показати важливість математичних знань у повсякденному житті, виховувати почуття взаємодопомоги, взаємопідтримки.

Тип уроку:узагальнення і систематизації знань.

Форма уроку: урок - практикум.

Методи навчання: частково-пошуковий.

Прийоми: фронтальне опитування «Скринька пам'яті», «Пінг-понг», «Скринька побажань».

Засоби навчання: таблиці-вислови, вимоги до знань, умінь та навичок учнів.

Обладнання:креслярські приладдя, схеми, узагальнені таблиці, смайлики.

Орієнтований план уроку

I.	Організаційний етап.	3
II.	Формування теми і мети уроку	2
III.	Мотивація навчальної діяльності	1
IV.	Актуалізація знань умінь і навичок	10

V. Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв’язуванні вправ. 5

VI. Контроль знань, умінь і навичок учнів 15

VII. Підсумок уроку 5

VIII. Домашнє завдання 1

IX. Рефлексія 3

Хід уроку

I. Організаційний етап.

Організація уваги учнів. Перевірка готовності класу до заняття.

Для сьогоднішнього уроку я до кожного етапу уроку підібрала вислів відомої людини. І починаємо ми з вислову *Конфуція «Від того настрою, з яким ви вступаєте в день, або в якусь справу залежать ваші успіхи, а можливо, і невдачі».* Я бажаю вам розпочати урок з гарним настроєм і отримати від нього задоволення і гарні результати.

II. Формування теми та мети уроку.

«Коли починаєш справу, спитай себе: «Що я маю зробити?» Після закінчення: «Що я зробив?» Піфагор.

І сьогодні, у центрі уваги – взаємне розміщення прямих у просторі, прямої і площини.

В програмі з математики зазначено:

Учень (учениця):

формулює означення перпендикулярних прямих у просторі, прямої,перпендикулярної до площини, перпендикулярних площин; властивостіта ознаки перпендикулярних прямих і площин;

обґрунтовує взаємозв’язок паралельності й перпендикулярності прямихі площин у просторі;

встановлює взаємне розміщення прямих і площин у просторі;

застосовує вивчені властивості та ознаки до розв’язування задач;

обчислює відстані і кути у просторі;

застосовує відношення між прямими і площинами у просторі, вимірювання відстаней і кутів у просторі до опису об'єктів навколишнього світу.

Тому сьогодні на уроці перед нами стоять **завдання:**

Закріпити вивчені поняття розділу.

Повторити формулювання теорем.

Узагальнити і систематизувати набуті знання, при розв'язуванні задач.

III. Мотивація навчальної діяльності.

«Заняття математикою – це така гімнастика розуму, для якої потрібна вся гнучкість і вся витривалість молодості»(Н.Вінер)

Сучасні фахівці повинні добре володіти математичним апаратом, який має надзвичайне значення для багатьох професій. Ми дізнались про те, що людство завжди оточували предмети, які мають те чи інше взаємне розміщення, тому ми повинні вміти зображати їх на площині чи просторі, та знаходити їх розміри. І в цьому нам завжди допомагала наука геометрія та її розділи. Ми закінчили вивчати з вами розділ стереометрії, в якому познайомились з основними випадками взаємного розміщення прямих та площин. Тому девізом нашого уроку можуть бути слова «Якщо хочеш іти вгору, мусиш проти течії».

IV. Актуалізація знань, умінь та навичок.

Фронтальне опитування «Скринька пам'яті».

Вчитель дістає запитання, записані на аркушах, зі скриньки і зачитує їх, учні відразу відповідають. Неправильні відповіді виправляють самі учні (і лише за необхідності – вчитель). Для учнів зі слабкими знаннями використовується прийом «Незакінчене речення».

Перелік запитань (використання схем, рисунків, таблиць).

1. Які прямі у просторі називаються перпендикулярними?

2. Доведіть, що прямі, які перетинаються і відповідно паралельні перпендикулярним прямим, перпендикулярні.

3. Сформулюйте означення перпендикулярності прямої і площини.

4. Сформулюйте ознаку перпендикулярності прямої і площини.

5. Доведіть, що коли площина перпендикулярна до однієї з двох паралельних прямих, то вона перпендикулярна і до другої прямої.

6. Що таке перпендикуляр, опущений з даної точки на площину?

7. Що таке похила, проведена з даної точки до площини?

8. Що таке проекція похилої?

9. Які площини називаються перпендикулярними?

10. Що таке спільний перпендикуляр мимобіжних прямих?

11. Що називається відстанню між мимобіжними площинами?

VI. Контроль знань, умінь і навичок учнів.

1. Скільки прямих, перпендикулярних до даної прямої, можна провести через точку на прямій у просторі?

А	Б	В
Одну	Безліч	Жодної

2. Кут між двома прямими, які перетинаються може бути …

А	Б	В
Гострим, прямим	Тупим	Будь-яким

3. Тільки одна з двох прямих перпендикулярна до площини β, тоді ці прямі…

А	Б	В
Паралельні	Мимобіжні	Їхнє розміщення в просторі довільне

4. Якщо пряма, перпендикулярна до однієї з двох паралельних площин, то вона

А	Б	В

Паралельна цій площині	Перпендикулярна і до другої	Належить цій площині

5. Чи вірно, що пряма у просторі, яка проходить через точку кола і перпендикулярна до його радіуса, який проведено через цю точку, є дотичною до кола?

А	Б	В
Так, завжди	Інколи, при певній умові	Ні, ніколи

6. Похила дорівнює 10 см. Чому дорівнює проекція похилої на площину, якщо похила утворює з площиною проекції кут 45^0?…

А	Б	В
$10\sqrt{2}$ см	5 см	$5\sqrt{2}$ см

7. . Площа трикутника $A_1B_1C_1$ дорівнює $12\sqrt{3}$ $см^2$. Він є ортогональною проекцією трикутника АВС з сторонами 4 см, 13 см і 15 см. Знайти кут між площинами АВС і $A_1B_1C_1$.

А	Б	В
30^0	45^0	60^0

8. Точка Е не належить площині прямокутника АВСД, ВЕ   АВ, ВЕ   ВС. Як розміщені прямі ВЕ і СД?

А	Б	В
ВЕ II СД	ВЕ ⊥ СД	мимобіжні

9. Із точки до площини проведено дві похилі, що дорівнюють 23 см і 33 см. Знайти довжину перпендикуляра до площини, якщо проекції похилих відносяться як 2:3.

А	Б	В
10см	9 см	5 см

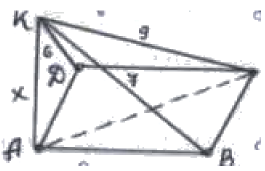
10. Рівносторонній трикутник МВС і прямокутний трикутник АВС лежать у взаємно перпендикулярних площинах. Знайти відстань від точки М до прямої АС, якщо ВС=$4\sqrt{3}$ см, $\angle$АСВ=60^0.

А	Б	В
$3\sqrt{5}$ см	15 см	75 см

V. Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв'язуванні вправ.

1. Через вершину А прямокутника АВСД проведено пряму АК, перпендикулярну до його площини. Відстані – від точки К до решти вершин прямокутника дорівнюють 6м,7м і 9м. Знайдіть відрізок АК.

<u>Розв'язання.</u>



Найбільша з похилих - КС, бо вона має найбільшу проекцію – діагональ АС прямокутника АВСД. Отже, КС = 9м; нехай КВ = 7м, КД = 6м, АК = Хм.

У ΔАДК <КАД = 90°. За теоремою Піфагора: $АД^2 = КД^2 – АК^2 = 36 – x^2$. У ΔАВК <КАВ = 90°. За теоремою Піфагора: $АВ^2 = КВ^2 – АВ^2 = 49 - x^2$.

У ΔАДВ <ВАД = 90°. За теоремою Піфагора: $ВД^2 = АД^2 + АВ^2 = 36 – x^2 + 49 – x^2 = 85 - 2x^2$. У ΔАСК <КАС = 90°. За теоремою Піфагора: $КС^2 = АС^2 + АК^2$; $81 = 85 – 2x^2 + x^2$, $x^2 = 4$; x = -2 (не задовольняє умову задачі).

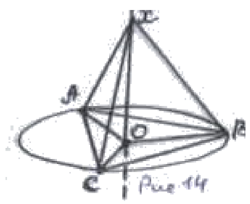
x = 2.

<u>Відповідь:</u> 2м.

2. Через центр описаного навколо трикутника кола проведено пряму, перпендикулярну до площини трикутника. Доведіть, що кожна точка цієї прямої рівновіддалена від вершин трикутника.

<u>Розв'язання.</u>

Розглянемо Δ AOX, BOX, COX. У них XO - спі-

спі-  льна, <AOX=<BOX=<COX=90. (за умовою), AO=BO=CO=R-радіус описаного навколо ΔABC кола. Отже трикутники рівні, тоді AX=BX=CX, що і треба було довести.

VI. Підсумок уроку.

«Добре засвоєна мудрість не забувається ніколи». Піфагор.

Учні відповідають на питання

Чи досягли мети уроку?

Чи виконали всі завдання уроку?

використовуючи «Мета і завдання уроку», «Учні повинні вміти». Застосовуючи прийом «Пінг-понг», продовжують фрази:

Я навчилася…Я зрозумів…Я закріпила…Я повторив…

А тепер підведемо підсумок уроку(***Оцінювання знань учнів).***

*«*Математика – наука молодих*»*. *Н.Вінер.*

Учні рахують бали в аркуші оцінювання і оголошують вчителю, роблять самостійний аналіз власної роботи на уроці. Вчитель виставляє і коментує оцінки.

VIII. Домашнє завдання.

«Як крапля точе камінь не силою, а частим падінням, так і людина стає вченою частим учінням». Дістервег.

Повторити теоретичні відомості з теми, підготуватися до контрольної роботи.

Умова домашньої контрольної роботи

1. Через точку О – точку перетину діагоналей прямокутника ABCD, у якого BC=24 см, BD=26 см, до його площини проведено перпендикуляр довжиною $3\sqrt{3}$см. Обчисліть відстань від точки М до прямої AD.

2. Точка Sрівновіддалена від усіх сторін прямокутного трикутника, катет і гіпотенуза якого дорівнюють відповідно 4 і 5 см, і віддалена від площини трикутника на відстані 11 см. Обчисліть відстань від точки до сторін трикутника.

3. Через вершину квадратаABCD проведено пряму AM перпендикулярно до його площини. Обчисліть відстань між прямими AM і BD , якщо сторона квадрата дорівнює 12 см.

4. Ромб ABCDзігнули по діагоналі BDтак, що кут між площинами ABCD і BCD дорівнює 30°. Знайти відстань AC, якщо BD=32 см, а периметр ромба дорівнює 80см.

IX. Рефлексія.

Для взаємозв’язку вчителя з учнями використовується прийом **«Скринька побажань».**

Що сподобалося на уроці?

Що не сподобалося?

Що пропонуєш змінити?

Учні пишуть відповіді на аркушах і кладуть до скриньки.

Закінчити наш урок мені хотілося б словами Спінози: «*Якщо ви хочете, щоб життя посміхалося вам, подаруєте йому спочатку свій гарний настрій».*

Дякую вам за урок. Бажаю всім успіхів і гарного настрою!

Підсумковий урок з теми

«Декартові координати і вектори у просторі»

Мета:

✓ узагальнити та систематизувати знання із вивчених тем даного розділу та закріпити уміння і навички їх застосування щодо:

- аналогії векторів на площині і в просторі;
- суми, різниці, скалярного добутку;
- властивостей векторів;

✓ формувати навички та уміння практичного використання набутих теоретичних знань, формувати зацікавленість у результатах спільної роботи; розвивати творчі здібності і логічне мислення учнів при розв'язуванні практичних задач; формувати організаційну, соціально-особистісну, інформаційну, життєтворчу компетентності;

✓ виховувати прагнення до знань, інтерес до математики; показати важливість математичних знань у повсякденному житті, виховувати почуття взаємодопомоги, взаємопідтримки.

Тип уроку:узагальнення і систематизації знань.

Форма уроку: урок - практикум.

Методи навчання: частково-пошуковий.

Прийоми: фронтальне опитування «Скринька пам'яті», «Пінг-понг», «Скринька побажань».

Засоби навчання: таблиці-вислови, вимоги до знань, умінь та навичок учнів.

Обладнання:креслярські приладдя, схеми, узагальнені таблиці, смайлики.

Орієнтований план уроку

I.	Організаційний етап.	3
II.	Формування теми і мети уроку	2
III.	Мотивація навчальної діяльності	1
IV.	Актуалізація знань умінь і навичок	10
V.	Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при	

	розв’язуванні вправ**.**	5
VI.	Контроль знань, умінь і навичок учнів	15
VII.	Підсумок уроку	5
VIII.	Домашнє завдання	1
IX.	Рефлексія	3

Хід уроку

І. Організаційний етап.

Організація уваги учнів. Перевірка готовності класу до заняття.

Для сьогоднішнього уроку я до кожного етапу уроку підібрала вислів відомої людини. І починаємо ми з вислову *Конфуція «Від того настрою, з яким ви вступаєте в день, або в якусь справу залежать ваші успіхи, а можливо, і невдачі».* Я бажаю вам розпочати урок з гарним настроєм і отримати від нього задоволення і гарні результати.

ІІ. Формування теми та мети уроку.

«Коли починаєш справу, спитай себе: «Що я маю зробити?» Після закінчення: «Що я зробив?» Піфагор.

І сьогодні, у центрі уваги – взаємне розміщення прямих у просторі, прямої і площини.

В програмі з математики зазначено:

Учень (учениця):

користується аналогією між векторами на площині та у просторі;

будує точки і вектори у просторовій прямокутній системі координат за їх координатами;

виконує дії над векторами: **знаходить** суму, різницю векторів, добуток вектора на число, скалярний добуток векторів, **обчислює** кут між векторами;

наводить приклади перетворень у просторі та **описує** їх властивості;

записує формули відстані між точками, координат середини відрізка, скалярного добутку, кута між векторами;

використовує координати і вектори для моделювання та обчислення геометричних і фізичних величин

Тому сьогодні на уроці перед нами стоять **завдання:**

Закріпити вивчені поняття розділу.

Повторити формулювання теорем.

Узагальнити і систематизувати набуті знання, при розв'язуванні задач.

ІІІ. Мотивація навчальної діяльності.

«Розум, без сумніву, перша умова для щастя».Софокл

Сучасні фахівці повинні добре володіти математичним апаратом, який має надзвичайне значення для багатьох професій. Ми дізнались про те, що людство завжди оточували предмети, які мають те чи інше взаємне розміщення, тому ми повинні вміти зображати їх на площині чи просторі, та знаходити їх розміри. І в цьому нам завжди допомагала наука геометрія та її розділи. Тому девізом нашого уроку можуть бути слова «Якщо хочеш іти вгору, мусиш проти течії».

ІV. Актуалізація знань, умінь та навичок.

Фронтальне опитування «Скринька пам'яті».

Вчитель дістає запитання, записані на аркушах, зі скриньки і зачитує їх, учні відразу відповідають. Неправильні відповіді виправляють самі учні (і лише за необхідності – вчитель). Для учнів зі слабкими знаннями використовується прийом «Незакінчене речення».

Перелік запитань (використання схем, рисунків, таблиць).

1. Дайте означення координат точки у просторі.
2. Виразіть відстань між двома точками через координати цих точок.
3. Виведіть формули для координат середини відрізка через координати його кінців.

4. Що таке перетворення симетрії відносно точки? Яка фігура називається центрально- симетричною?

5. Яке перетворення фігури називається рухом?

6. Які фігури у просторі називаються рівними?

7. Перелічіть властивості паралельного перенесення.

8. Що таке перетворення подібності? Перелічіть його властивості.

9. Яке перетворення називається гомотетією?

10. Дайте означення: кута між мимобіжними прямими, кута між прямою і площиною, кута між площинами.

11. Що таке абсолютна велечина вектора? Які вектори називаються однаково напрямленими?

12. Дайте означення дій над векторами: додавання, множення на скаляр, скалярного добутку.

V. Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв'язуванні вправ.

1. Обчисліть довжину вектора $2\bar{\grave{a}}+3\bar{\hat{a}}, \text{ÿêùî } \bar{\grave{a}}(1;1;-1), \bar{\hat{a}}(2;0;0).$

Розв'язання :

Знайдемо вектори $2\bar{\grave{a}}=\overline{(2\times1;2\times1;2\times(-1))}=\overline{(2;2;-2)}$ і $3\bar{\hat{a}}=\overline{(3\times2;3\times0;3\times0)}=\overline{(6;0;0)}$. Знайдемо суму векторів: $2\bar{\grave{a}}+3\bar{\hat{a}}=\overline{(2+6;2+0;-2+0)}=\overline{(8;2;-2)}$

Обчислимо довжину вектора за формулою $|\bar{\grave{a}}|=\sqrt{\grave{a}_1^2+\grave{a}_2^2+\grave{a}_3^2}$

$$|2\bar{\grave{a}}+3\bar{\hat{a}}|=\sqrt{8^2+2^2+(-2)^2}=\sqrt{64+4+4}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$$

Відповідь : $6\sqrt{2}$.

2. Знайти, косинус кута між векторами $\bar{\grave{a}}(1;2;2)$ і $\bar{\hat{a}}(2;3;6)$.

Розв'язання :

Знайдемо косинус кута між векторами $\bar{a}$ і $\bar{в}$ за формулою :

$$\cos(\overline{a};\overline{в}) = \frac{\grave{a}_1\hat{a}_1 + \grave{a}_2\hat{a}_2 + \grave{a}_3\hat{a}_3}{\sqrt{\grave{a}_1^2 + \grave{a}_2^2 + \grave{a}_3^2} \times \sqrt{\hat{a}_1^2 + \hat{a}_2^2 + \hat{a}_3^2}}$$

$$\cos(\overline{\grave{a}_1}\,\overline{\hat{a}}) = \frac{1\times 2 + 2\times 3 + 2\times 6}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} \times \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}} =$$

$$\frac{2+6+12}{\sqrt{1+4+4}\times\sqrt{4+9+36}} = \frac{20}{\sqrt{9}\times\sqrt{49}} = \frac{20}{3\times 7} = \frac{20}{21.}$$

Відповідь: $\frac{20}{21}$.

3. Складіть рівняння сфери радіуса r = 5 з центром у точці А (1;0;4).

Розв’язання:

Рівняння сфери має вигляд : $(\tilde{o}-\grave{a})^2 + (\acute{o}-\hat{a})^2 + (z-c)^2 = z^2$. Рівняння даної сфери буде мати вигляд : $(\tilde{o}-1)^2 + (\acute{o}-0)^0 + (z-4)^0 = 5^2$, або $\tilde{o}^2 - 2\tilde{o} + 1 + \acute{o}^2 + z^2 - 8z + 16 - 25 = 0$; $\tilde{o}^2 + \acute{o}^2 + z^2 - 2\tilde{o} - 8z - 8 = 0.$

Відповідь: $\tilde{o}^2 + \acute{o}^2 + z^2 - 2\tilde{o} - 8z - 8 = 0$

VI. Контроль знань, умінь і навичок учнів.

1. Два вектора називаються рівними, якщо.

А	Б	В
їх координати рівні	їх відповідні координати рівні	їх відповідні координати однакові

2. Скалярний добуток векторів $\overline{a}(a_1;a_2;a_3)$ і $\overline{b}(b_1;b_2;b_3)$ дорівнює …

А	Б	В
$a_1+b_1+a_2+b_2+a_3+b_3$	$a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$	$b_1+a_2b_2+b_3\cdot$

3. Скалярним добутком двох векторів називається добуток довжин цих векторів на …

А	Б	В
синус кута між ними.	косинус кута між ними.	тангенс кута між ними.

4. Довжина нульового вектора дорівнює…

А	Б	В
1	0	Інша відповідь

5. Якщо скалярний добуток векторів дорівнює нулю, то вектори

А	Б	В
компленарні	не перпендикулярні	колінеарні

6. Обчисліть довжину вектора $2\bar{a} + 3\bar{a}, ÿêùî\ \bar{a}(1;1;-1), \bar{a}(2;0;0)$.

А	Б	В
$2\sqrt{6}$	$6\sqrt{2}$	$6\sqrt{6}$

7. Знайти, косинус кута між векторами $\bar{a}(1;2;2)$ і $\bar{a}(2;3;6)$.

А	Б	В
$\frac{21}{20}$	$\frac{20}{21}$	$\frac{2}{21}$

8. Дано точки А (1;2;3), В (3;7;6). Знайти координати вектора $\overline{\grave{A}\hat{A}}$.

А	Б	В
$\overline{AB}$ (2;3;5)	$\overline{AB}$ (2;5;3)	$\overline{AB}$ (5;2;3)

9 На осі X знайти точку, рівновіддалену від точок В(3;2;4) і С (0;5;-1).

А	Б	В
$(\frac{1}{2}; 0;1)$	$(\frac{1}{2}; 0;0)$.	$(\frac{1}{2}; 1;0)$.

10. Знайти координати середини відрізка АВ, якщо А (1;2;3) і В (3;-6;7).

А	Б	В
(2;2;5)	(2;-2;5)	(-2;2;5)

VII. Підсумок уроку.

«У світі є чимало важких речей, але немає нічого важчого за чотири дії арифметики». Беда Достойний

Учні відповідають на питання

Чи досягли мети уроку?

Чи виконали всі завдання уроку?

використовуючи «Мета і завдання уроку», «Учні повинні вміти». Застосовуючи прийом «Пінг-понг», продовжують фрази:

Я навчилася…Я зрозумів…Я закріпила…Я повторив…

А тепер підведемо підсумок уроку (***Оцінювання знань учнів).***

«Математика – це не так знання, як уміння.В. Серве».

Учні рахують бали в аркуші оцінювання і оголошують вчителю, роблять самостійний аналіз власної роботи на уроці. Вчитель виставляє і коментує оцінки.

VIII. Домашнє завдання.

«Як крапля точе камінь не силою, а частим падінням, так і людина стає вченою частим учінням». Дістервег.

Повторити теоретичні відомості з теми, підготуватися до контрольної роботи.

Умова домашньої контрольної роботи

1. Дано один кінець відрізка A(2; 3; -1) і його середина C(1;1;1). Знайдіть другий кінець відрізка B(x;y;z).

2. Знайдіть точки, рівновіддалені від точок (0; 0; 1), (0; 1;0), (1; 0; 0) і віддалені від площини yzна відстані 2.

3. Складіть рівняння геометричного місця точок простору, рівновіддалених від точки A(1; 2; 3) і початку координат.

4. Дано точку A(1; 2; 3). Знайдіть основи перпендикулярів, проведених з цієї точки на координатні осі і координатні площини.

5. Дано точки A(0;1;-1), B(1;-1;2), C(3;1;0), Д(2;1;1). Знайдіть кут між векторами $\overline{BC}$ і $\overline{AD}$.

IX. Рефлексія.

Для взаємозв'язку вчителя з учнями використовується прийом **«Скринька побажань».**

Що сподобалося на уроці?

Що не сподобалося?

Що пропонуєш змінити?

Учні пишуть відповіді на аркушах і кладуть до скриньки.

Закінчити наш урок мені хотілося б словами Спінози: «*Якщо ви хочете, щоб життя посміхалося вам, подаруєте йому спочатку свій гарний настрій*».

Дякую вам за урок. Бажаю всім успіхів і гарного настрою!

Підсумковий урок з теми

«Многогранники»

Мета:

✓ узагальнити та систематизувати знання із вивчених тем даного розділу та закріпити уміння і навички їх застосування щодо:

- Означення многогранника;
- Означення і властивостей різних многогранників;
- Правильного зображення многогранників на площині.

✓ формувати навички та уміння практичного використання набутих теоретичних знань, формувати зацікавленість у результатах спільної роботи; розвивати творчі здібності і логічне мислення учнів при розв’язуванні практичних задач; формувати організаційну, соціально-особистісну, інформаційну, життєтворчу компетентності;

✓ виховувати прагнення до знань, інтерес до математики; показати важливість математичних знань у повсякденному житті, виховувати почуття взаємодопомоги, взаємопідтримки.

Тип уроку:узагальнення і систематизації знань.

Форма уроку: урок - практикум.

Методи навчання: частково-пошуковий.

Прийоми: фронтальне опитування «Скринька пам’яті», «Пінг-понг», «Скринька побажань».

Засоби навчання: таблиці-вислови, вимоги до знань, умінь та навичок учнів.

Обладнання: креслярські приладдя, схеми, узагальнені таблиці, смайлики.

Орієнтований план уроку

I.	Організаційний етап.	3
II.	Формування теми і мети уроку	2
III.	Мотивація навчальної діяльності	1
IV.	Актуалізація знань умінь і навичок	10
V.	Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при	

	розв’язуванні вправ**.**	5
VI.	Контроль знань, умінь і навичок учнів	15
VII.	Підсумок уроку	5
VIII.	Домашнє завдання	1
IX.	Рефлексія	3

Хід уроку

I. Організаційний етап.

Організація уваги учнів. Перевірка готовності класу до заняття.

Для сьогоднішнього уроку я до кожного етапу уроку підібрала вислів відомої людини. І починаємо ми з вислову *Конфуція «Від того настрою, з яким ви вступаєте в день, або в якусь справу залежать ваші успіхи, а можливо, і невдачі».* Я бажаю вам розпочати урок з гарним настроєм і отримати від нього задоволення і гарні результати.

II. Формування теми та мети уроку.

«Коли починаєш справу, спитай себе: «Що я маю зробити?» Після закінчення: «Що я зробив?» Піфагор.

І сьогодні, у центрі уваги – взаємне розміщення прямих у просторі, прямої і площини.

В програмі з математики зазначено:

Учень (учениця):

розпізнає основні види многогранників та їх елементи;

формулює означення двогранного кута, лінійного кута двогранного-кута, многогранного кута, многогранників, вказаних у змісті програми;

обґрунтовує властивості многогранників, формули для обчислення площі бічної та повної поверхонь призми, піраміди;

обчислює основні елементи многогранників;

використовує вивчені формули і властивості для розв’язуваннянескладних задач.

Тому сьогодні на уроці перед нами стоять **<u>завдання:</u>**

Закріпити вивчені поняття розділу.

Повторити формулювання теорем.

Узагальнити і систематизувати набуті знання, при розв'язуванні задач.

III. Мотивація навчальної діяльності.

«Математика і поезія – це... вираз тієї самої сили уяви, тільки в першому разі уява звернена до голови, а в другому – до серця».Т. Хілл

Сучасні фахівці повинні добре володіти математичним апаратом, який має надзвичайне значення для багатьох професій. Ми дізнались про те, що людство завжди оточували предмети, які мають те чи інше взаємне розміщення, тому ми повинні вміти зображати їх на площині чи просторі, та знаходити їх розміри. І в цьому нам завжди допомагала наука геометрія та її розділи. Ми закінчили вивчати з вами розділ стереометрії, в якому познайомились з основними випадками взаємного розміщення прямих та площин. Тому девізом нашого уроку можуть бути слова «Якщо хочеш іти вгору, мусиш проти течії».

IV. Актуалізація знань, умінь та навичок.

Фронтальне опитування «Скринька пам'яті».

Вчитель дістає запитання, записані на аркушах, зі скриньки і зачитує їх, учні відразу відповідають. Неправильні відповіді виправляють самі учні (і лише за необхідності – вчитель). Для учнів зі слабкими знаннями використовується прийом «Незакінчене речення».

Перелік запитань (використання схем, рисунків, таблиць).

1. Що таке двогранний кут(грань кута, ребро кута)?
2. Що таке лінійний кут двогранного кута? Чому міра двогранного кута не залежить від вибору лінійного кута?
3. Що таке многогранник?
4. Який многогранник називається опуклим? Що таке грань опуклого многогранника, ребро, вершина?

5. Яка таке призма (основи призми, бічні грані, ребра)?

6. Яка призма називається прямою (похилою), правильною?

7. Що таке паралелепіпед?

8. Який паралелепіпед називається прямокутним? Скільки площин симетрії має прямокутний паралелепіпед?

9. Що таке куб?

10. Що таке піраміда (основа піраміди, бічні грані, ребра, висота)?

11. Як побудувати переріз піраміди площиною, яка проходить через дану пряму у площині основи піраміди і дану точку на одній з бічних граней?

12. Яка піраміда називається правильною? Що таке вісь правильної піраміди? Що таке апофема правильної піраміди?

13. Який многогранник називається правильним?

V. Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв'язуванні вправ.

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ - прямокутний паралелепіпед, у якому: AD = 6 см, DD 1 = 6 см, DC = 8см , DC = 2CK, CC_1 = 2MC, BC = 2NC.Δ MNK – шуканий переріз. Знайти периметр перерізу.

Розв'язання

Із Δ MKC MK = 5 (см).

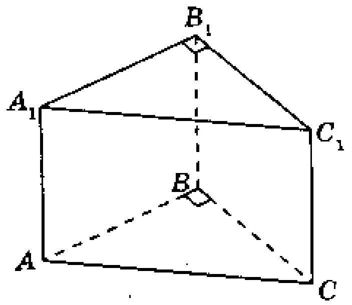
Із Δ NCM NM =$3\sqrt{2}$ (см).

Із Δ NKC NK =5 (см).

P_{MNK} = MN + NK + MK = 10 + $3\sqrt{2}$ (см).

Відповідь: 10 + $3\sqrt{2}$ (см).

2. Дано пряму призму $ABCA_1B_1C_1$. AB=3 см, BC=4 см, AA1=10 см. Знайти об'єм і повну площу призми.



Нехай у прямій призмі $ABCA_1B_1C_1$, $\angle B = 90^0$

$AB = 3$ см, $BC = 4$ см, $AA_1 = 10$ см.

$S_{осн} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6\,(см^2)$. $V = S \cdot AA_1 = 6 \cdot 10 = 60\,(см^3)$.

Із трикутника ABC маємо: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^4 + 4^2} = 5(см)$,

$S_{бічн} = (AB + BC + AC) \cdot AA_1 = (3 + 4 + 5) \cdot 10 = 120\left(см^2\right)$.

$S_{пр} = S_{бічн} + 2S_{осн} = 120 + 2 \cdot 6 = 132\left(см^2\right)$.

Відповідь. 60 см^2, 132 см^2.

VI. Контроль знань, умінь і навичок учнів.

1. Прямокутний паралелепіпед, у якого усі ребра рівні, називається...

А	Б	В
правильним паралелепіпедом	кубом	правильною призмою

2. Довжини трьох ребер, що мають спільну вершину, називаються

А	Б	В
вимірами прямокутного паралелепіпеда;	діагоналями основи прямокутного паралелепіпеда;	суміжними ребрами прямокутного паралелепіпеда.

3. Бічні грані зрізаної піраміди - …

А	Б	В
прямокутники;	чотирикутники;	Трикутники.

4. Вкажіть багатокутник, який є діагональним перерізом правильної

п'ятикутної призми

А	Б	В
правильний п'ятикутник;	прямокутник;	паралелограм

5. Знайдіть довжину діагоналі прямокутного паралелепіпеда, якщо його виміри дорівнюють 2 м, 3 м і 5 м

А	Б	В
38 м	$\sqrt{38}$м	34 м.

6. . Яке найменше число ребер може мати піраміда?

А	Б	В
6	5	4

7. Яке найменше число ребер може мати призма?

А	Б	В
6	9	8

8. Чи вірне твердження, що прямокутний паралелепіпед, у якого усі ребра рівні називається кубом?

А	Б	В
ні	так	не завжди

9.Три ребра паралелепіпеда дорівнюють 6 м, 8 м і 10 м.Найдите сума довжин усіх його ребер.

А	Б	В
48 м	96 м	72 м

10. . Скільки граней у шестикутної призми?

А	Б	В
6	8	10

VII. Підсумок уроку.

«Добре засвоєна мудрість не забувається ніколи». Піфагор.

Учні відповідають на питання

Чи досягли мети уроку?

Чи виконали всі завдання уроку?

використовуючи «Мета і завдання уроку», «Учні повинні вміти». Застосовуючи прийом «Пінг-понг», продовжують фрази:

Я навчилася…Я зрозумів…Я закріпила…Я повторив…

А тепер підведемо підсумок уроку(***Оцінювання знань учнів).***

«Строгість у математиці означає насамперед добросовісність і ясність». Ліпман Бере

Учні рахують бали в аркуші оцінювання і оголошують вчителю, роблять самостійний аналіз власної роботи на уроці. Вчитель виставляє і коментує оцінки.

VIII. Домашнє завдання.

«Як крапля точе камінь не силою, а частим падінням, так і людина стає вченою частим учінням». Дістервег.

Повторити теоретичні відомості з теми, підготуватися до контрольної роботи.

Умова домашньої контрольної роботи

1. Знайдіть площу поверхні чотирикутної піраміди, у якої кожне ребро дорівнює $\sqrt{2}$ см, а в основі лежить квадрат.

2. Бічні ребра піраміди дорівнюють гіпотенузі прямокутного трикутника, що лежить в її основі, і дорівнюють 12 см. Знайдіть висоту піраміди.

3. У правильній чотирикутній піраміді кут між апофемою і площиною основи дорівнює α. Бісектриса цього кута перетинає висоту піраміди в точці, яка розміщена на відстані d від апофеми. Знайдіть бічну поверхню піраміди.

4. В основі призми лежить ромб, діагоналі якого дорівнюють 6 і 8 см, а бічне ребро 10 см. Знайдіть площу повної поверхні призми.

IX. Рефлексія.

Для взаємозв’язку вчителя з учнями використовується прийом **«Скринька побажань».**

Що сподобалося на уроці?

Що не сподобалося?

Що пропонуєш змінити?

Учні пишуть відповіді на аркушах і кладуть до скриньки.

Закінчити наш урок мені хотілося б словами Спінози: «*Якщо ви хочете, щоб життя посміхалося вам, подаруєте йому спочатку свій гарний настрій*».

Дякую вам за урок. Бажаю всім успіхів і гарного настрою!

Підсумковий урок з теми

«Тіла обертання»

Мета:

✓ узагальнити та систематизувати знання із вивчених тем даного розділу та закріпити уміння і навички їх застосування щодо:

- Означення тіла обертання;
- ознак і властивостей тіл обертання, їх елементів;
- комбінації просторових фігур.

✓ формувати навички та уміння практичного використання набутих теоретичних знань, формувати зацікавленість у результатах спільної роботи; розвивати творчі здібності і логічне мислення учнів при розв'язуванні практичних задач; формувати організаційну, соціально-особистісну, інформаційну, життєтворчу компетентності;

✓ виховувати прагнення до знань, інтерес до математики; показати важливість математичних знань у повсякденному житті, виховувати почуття взаємодопомоги, взаємопідтримки.

Тип уроку: узагальнення і систематизації знань.

Форма уроку: урок - практикум.

Методи навчання: частково-пошуковий.

Прийоми: фронтальне опитування «Скринька пам'яті», «Пінг-понг», «Скринька побажань».

Засоби навчання: таблиці-вислови, вимоги до знань, умінь та навичок учнів.

Обладнання: креслярські приладдя, схеми, узагальнені таблиці, смайлики.

Орієнтований план уроку

I.	Організаційний етап.	3
II.	Формування теми і мети уроку	2
III.	Мотивація навчальної діяльності	1
IV.	Актуалізація знань умінь і навичок	10
V.	Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при	

розв’язуванні вправ. 5

VI. Контроль знань, умінь і навичок учнів 15

VII. Підсумок уроку 5

VIII. Домашнє завдання 1

IX. Рефлексія 3

Хід уроку

I. Організаційний етап.

Організація уваги учнів. Перевірка готовності класу до заняття.

Для сьогоднішнього уроку я до кожного етапу уроку підібрала вислів відомої людини. І починаємо ми з вислову *Конфуція «Від того настрою, з яким ви вступаєте в день, або в якусь справу залежать ваші успіхи, а можливо, і невдачі».* Я бажаю вам розпочати урок з гарним настроєм і отримати від нього задоволення і гарні результати.

II. Формування теми та мети уроку.

«Коли починаєш справу, спитай себе: «Що я маю зробити?» Після закінчення: «Що я зробив?» Піфагор.

І сьогодні, у центрі уваги – взаємне розміщення прямих у просторі, прямої і площини.

В програмі з математики зазначено:

Учень (учениця):

розпізнає види тіл обертання, їхні елементи;

обчислює основні елементи тіл обертання;

обґрунтовує властивості тіл обертання, **застосовує** їх до розв’язуваннязадач;

розпізнає многогранники і тіла обертання у їх комбінаціях;

розв’язує нескладні задачі на комбінацію просторових фігур

Тому сьогодні на уроці перед нами стоять **завдання:**

Закріпити вивчені поняття розділу.

Повторити формулювання теорем.

Узагальнити і систематизувати набуті знання, при розв'язуванні задач.

III. Мотивація навчальної діяльності.

«Математика — дивовижна вчителька в мистецтві спрямовувати думки, наводити порядок там, де вони не впорядковані, викорчовувати безглуздя, фільтрувати брудне і наводити ясність» Ж. Фабр.

Сучасні фахівці повинні добре володіти математичним апаратом, який має надзвичайне значення для багатьох професій. Ми дізнались про те, що людство завжди оточували предмети, які мають те чи інше взаємне розміщення, тому ми повинні вміти зображати їх на площині чи просторі, та знаходити їх розміри. І в цьому нам завжди допомагала наука геометрія та її розділи. Ми закінчили вивчати з вами розділ стереометрії, в якому познайомились з основними випадками взаємного розміщення прямих та площин. Тому девізом нашого уроку можуть бути слова «Якщо хочеш іти вгору, мусиш проти течії».

IV. Актуалізація знань, умінь та навичок.

Фронтальне опитування «Скринька пам'яті».

Вчитель дістає запитання, записані на аркушах, зі скриньки і зачитує їх, учні відразу відповідають. Неправильні відповіді виправляють самі учні (і лише за необхідності – вчитель). Для учнів зі слабкими знаннями використовується прийом «Незакінчене речення».

Перелік запитань (використання схем, рисунків, таблиць).

1. Дайте означення тіл обертання?
2. Який циліндр називається прямим, круговим? Що таке радіус, висота, вісь, осьовий переріз циліндра?
3. Доведіть, що площина паралельна площині основи циліндра, перетинає його бічну поверхню по колу, яке дорівнює колу основи.
4. Що таке круговий конус, вершина конуса, твірна конуса, основа, бічна поверхня?

5. Який конус називається прямим?

6. Що таке висота, вісь, осьовий переріз конуса?

7. Доведіть, що площина, паралельна площині основи конуса перетинає бічну поверхню по колу з центорм на осі конуса.

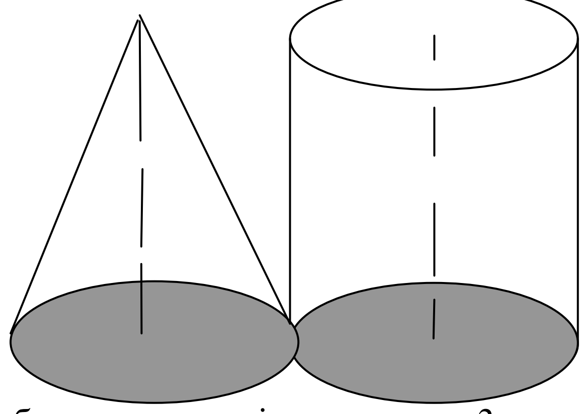
8. Дайте означення зрізаного конуса.

9. Що таке куля(кульова поверхня або сфера)? Що таке радіус кулі, діаметр кулі, діаметрально протилежні точки?

10. Яка площина (пряма) називається дотичною до кулі?

V. Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв'язуванні вправ.

1. Галікарнаський мавзолей царя Масола являв собою трьохярусну споруду. На другому поверсі знаходилась усипальниця царя, оточена 39 колонами заввишки 11 м. Скільки конусів такої ж висоти, площі основи і з такої ж кількості матеріалів можна було б побудувати замість наявних 39 колон.



Дано: циліндр, конус,

$h_{\text{цил.}}=h_{\text{кон}}=11$ м.,

n=39, $S_{\text{осн.цил}}=S_{\text{осн.кон.}}$

$h_{\text{кон.}}h_{\text{цил.}}$Знайти:х- кількість конусів

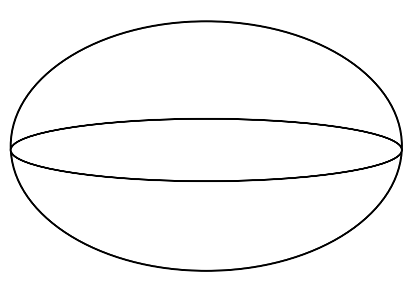
Розв'язання:

Позначимо n-кількість циліндрів, тобто в один циліндр входить 3 конуси такої ж висоти і площі основи $\frac{V\ddot{o}}{V\hat{e}}=\frac{\pi R^2 h}{\frac{1}{3}\pi R^2 h}=3$

х= 3 ^{x}n=3 ^{x} 39=117 конусів

2. . Вважаючи, що розмах рук кожної людини 2 м, а радіус Землі 6 000 км, визначте, скільки людей проживало у 550 році до. н. е.

Дано: куля, R=6000км,



l_1=2 м,l=$n^x l_1$

Знайти: n

Розв'язання:

l=$2\Pi R$=$n^x l_1$ $\Rightarrow$

n=$2\Pi R/l_1$, n= 2ˣ3,14 ˣ 6000000/2=18 840 000 чол.

VI. Контроль знань, умінь і навичок учнів.

1. Простим називається тіло, яке можна розбити на скінченне число:...

А	Б	В
трикутних пірамід;	кубів з ребром рівним 1;	призм.

2. Будь-який переріз кулі площиною є

А	Б	В
круг;	коло;	еліпс.

3. Тіло, утворене внаслідок обертання прямокутного трикутника навколо одного з катетів називається…

А	Б	В
конусом;	циліндром;	пірамідою.

4.Простим називається тіло, яке можна розбити на скінченне число:

А	Б	В
призм;	трикутних пірамід;	кубів з ребром рівним 1.

5. Дотична площина має з кулею…

А	Б	В
Одну точку дотику	сукупність спільних то-чок	жодної.

6. Через середину радіуса кулі проведено перпендикулярну площину. Як відноситься площа утвореного перерізу до площі великого круга?

А	Б	В
3/4	4/3	2/4

7. У посудині, що має форму циліндра, рівень води перебуває на висоті 45 см. На якій висоті перебуватиме рівень води, якщо її перелити у посудину циліндричної форми, радіус якої у 3 рази більший за радіус даної?

А	Б	В
$\sqrt{l^2 + R^2}$;	$\sqrt{l^2 - R^2}$;	$\sqrt{l^2 + 4R^2}$.

8. У посудині, що має форму циліндра, рівень води перебуває на висоті 45 см. На якій висоті перебуватиме рівень води, якщо її перелити у посудину циліндричної форми, радіус якої у 3 рази більший за радіус даної?

А	Б	В
15 см	10 см	9 см

9.Осьовий переріз циліндра – квадрат, площа якого дорівнює 36 см^2. Знайти радіус основи циліндра.

А	Б	В
4 см	3 см	7 см

10. . Висота конуса дорівнює 6 см, а твірна – 10 см. Знайдіть радіус основи конуса.

А	Б	В
16	$2\sqrt{34}$.	10

VII. Підсумок уроку.

«Математик – це винахідник, а не відкривач. Л. Вітгенштейн».

Учні відповідають на питання

Чи досягли мети уроку?

Чи виконали всі завдання уроку?

використовуючи «Мета і завдання уроку», «Учні повинні вміти». Застосовуючи прийом «Пінг-понг», продовжують фрази:

Я навчилася…Я зрозумів…Я закріпила…Я повторив…

А тепер підведемо підсумок уроку(***Оцінювання знань учнів).***

«Корінь навчання гіркий, а плоди його солодкі». Аристотель.

Учні рахують бали в аркуші оцінювання і оголошують вчителю, роблять самостійний аналіз власної роботи на уроці. Вчитель виставляє і коментує оцінки.

VIII. Домашнє завдання.

«Як крапля точе камінь не силою, а частим падінням, так і людина стає вченою частим учінням». Дістервег.

Повторити теоретичні відомості з теми, підготуватися до контрольної роботи.

Умова домашньої контрольної роботи

1. Твірна конуса дорівнює 5 см. Знайдіть об'єм конуса, якщо діаметр його основи дорівнює 8 см.

2. Діагоналі осьового перерізу циліндра перетинаються під кутом α. Периметр осьового перерізу дорівнює p. Знайдіть об'єм циліндра.

3. Через твірні конуса, кут між якими дорівнює β, проведено переріз, який перетинає основу по хорді довжиною a. Знайдіть об'єм конуса, якщо твірна нахилена до площини його основи під кутом α.

4. Радіус кулі дорівнює R.Знайдіть об'єм кульового сектора, якщо дуга в осьовому перерізі сектора дорівнює 90°.

IX. Рефлексія.

Для взаємозв'язку вчителя з учнями використовується прийом **«Скринька побажань».**

Що сподобалося на уроці?

Що не сподобалося?

Що пропонуєш змінити?

Учні пишуть відповіді на аркушах і кладуть до скриньки.

Закінчити наш урок мені хотілося б словами Спінози: «*Якщо ви хочете, щоб життя посміхалося вам, подаруєте йому спочатку свій гарний настрій*».

Дякую вам за урок. Бажаю всім успіхів і гарного настрою!

Підсумковий урок з теми

«Об’єми та площі поверхоньгеометричних тіл»

Мета:

✓ узагальнити та систематизувати знання із вивчених тем даного розділу та закріпити уміння і навички їх застосування щодо:

- змісту теорем про об'єми та площі поверхонь тіл;
- формули для обчислення об’ємів паралелепіпеда, призми, піраміди, циліндра, конуса, площ бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, площі сфери;
- основних формул, розбиття тіл на простіші тіла, вимірювання реальних тіл та їх фізичних (натурних) моделей.

✓ формувати навички та уміння практичного використання набутих теоретичних знань, формувати зацікавленість у результатах спільної роботи; розвивати творчі здібності і логічне мислення учнів при розв’язуванні практичних задач; формувати організаційну, соціально-особистісну, інформаційну, життєтворчу компетентності;

✓ виховувати прагнення до знань, інтерес до математики; показати важливість математичних знань у повсякденному житті, виховувати почуття взаємодопомоги, взаємопідтримки.

Тип уроку:узагальнення і систематизації знань.

Форма уроку: урок - практикум.

Методи навчання: частково-пошуковий.

Прийоми: фронтальне опитування «Скринька пам’яті», «Пінг-понг», «Скринька побажань».

Засоби навчання: таблиці-вислови, вимоги до знань, умінь та навичок учнів.

Обладнання:креслярські приладдя, схеми, узагальнені таблиці, смайлики.

Орієнтований план уроку

I.	Організаційний етап.	3
II.	Формування теми і мети уроку	2

III.	Мотивація навчальної діяльності	1
IV.	Актуалізація знань умінь і навичок	10
V.	Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв'язуванні вправ**.**	5
VI.	Контроль знань, умінь і навичок учнів	15
VII.	Підсумок уроку	5
VIII.	Домашнє завдання	1
IX.	Рефлексія	3

Хід уроку

I. Організаційний етап.

Організація уваги учнів. Перевірка готовності класу до заняття.

Для сьогоднішнього уроку я до кожного етапу уроку підібрала вислів відомої людини. І починаємо ми з вислову *Конфуція «Від того настрою, з яким ви вступаєте в день, або в якусь справу залежать ваші успіхи, а можливо, і невдачі».* Я бажаю вам розпочати урок з гарним настроєм і отримати від нього задоволення і гарні результати.

II. Формування теми та мети уроку.

«Коли починаєш справу, спитай себе: «Що я маю зробити?» Після закінчення: «Що я зробив?» Піфагор.

І сьогодні, у центрі уваги – взаємне розміщення прямих у просторі, прямої і площини.

В програмі з математики зазначено:

Учень (учениця):

формулює основні властивості об'ємів;

записує формули для обчислення об'ємів паралелепіпеда, призми, піраміди, циліндра, конуса, площ бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, площі сфери;

розв'язує нескладні задачі на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл, використовуючи: основні формули, розбиття тіл на простіші тіла, вимірювання реальних тіл та їх фізичних (натурних) моделей.

Тому сьогодні на уроці перед нами стоять **завдання:**

Закріпити вивчені поняття розділу.

Повторити формулювання теорем.

Узагальнити і систематизувати набуті знання, при розв'язуванні задач.

ІІІ. Мотивація навчальної діяльності.

«Математика і поезія – це… вираз тієї самої сили уяви, тільки в першому разі уява звернена до голови, а в другому – до серця.».

Сучасні фахівці повинні добре володіти математичним апаратом, який має надзвичайне значення для багатьох професій. Ми дізнались про те, що людство завжди оточували предмети, які мають те чи інше взаємне розміщення, тому ми повинні вміти зображати їх на площині чи просторі, та знаходити їх розміри. І в цьому нам завжди допомагала наука геометрія та її розділи. Ми закінчили вивчати з вами розділ стереометрії, в якому познайомились з основними випадками взаємного розміщення прямих та площин. Тому девізом нашого уроку можуть бути слова «Якщо хочеш іти вгору, мусиш проти течії».

IV. Актуалізація знань, умінь та навичок.

Фронтальне опитування «Скринька пам'яті».

Вчитель дістає запитання, записані на аркушах, зі скриньки і зачитує їх, учні відразу відповідають. Неправильні відповіді виправляють самі учні (і лише за необхідності – вчитель). Для учнів зі слабкими знаннями використовується прийом «Незакінчене речення».

Перелік запитань (використання схем, рисунків, таблиць).

1. Сформулюйте основні властивості об'єму.
2. Чому дорівнює об'єм прямокутного паралелепіпеда?
3. Чому дорівнює об'єм будь-якої призми?

4. Які тіла називаються рівновеликими?

5. Чому дорівнює об’єм будь-якої піраміди?

6. Вивести формулу для обчислення об’єму зрізаної піраміди.

7. Який зв'язок у відношенні об’ємів двох подібних тіл і відповідних їм лінійних розмірів?

8. Які формули використовують для обчислення об’єму циліндра, конуса, кулі?

9. Вивести формулу для об’єму зрізаного конуса.

10. Що називається тілом обертання?

11. Що називається кульовим сегментом (сектора)?

12. За якою формулою обчислюють площу бічної поверхні циліндра?

13. За якою формулою знаходять площу бічної поверхні конуса?

14. За якою формулою обчислюють площу сфери?

V. Застосування знань, закріплення вмінь і навичок при розв’язуванні вправ.

1. Через сторону основи правильної трикутної піраміди проведена площина перпендикулярно протилежному бічному ребру. Сторона основи рівна а, січна площина ділитьбічне ребро у відношенні 3: 2, вважаючи від вершини піраміди. Знайтибічне ребро і площу бічної поверхні піраміди.

Розв’язання

Скористаємося рис. 2 і вже введеними позначеннями. Позначимо AL = 2x, LN = 3x. Тоді AN = BN = 5x.

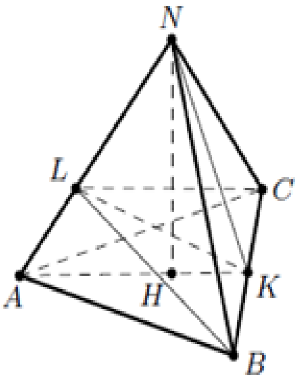


Рис. 2

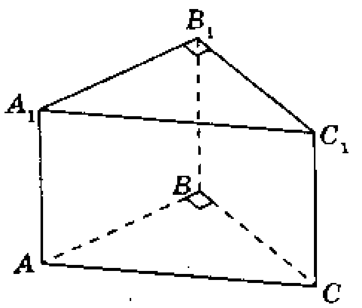
Бічне ребро AN перпендикулярнедо площини BCL, тому вонoперпендикулярне прямій BL, значить, трикутники ABL і BLN –прямокутні. Виразимо двома способами їх спільний катет BL, користуючисьтеоремою Піфагора :$BL^2 = a^2 - 4x^2$ і $BL^2 = 25x^2 - 9x^2$.

Отримаємо рівняння:$16x^2 = a^2 - 4x^2$, звідки $20x^2 = a^2$, $x = \frac{\sqrt{5}}{10}a$, а оскільки AN = 5x, тоAN = $\frac{\sqrt{5}}{2}a$.

Усі інші елементи піраміди тепер можна знайти.З трикутника BKN, згідно з теоремою Піфагора, маємо:KN = $\sqrt{\frac{5a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = a.$

Отже, Sбіч. = $\frac{3}{2}a^2$.

2. Дано пряму призму $ABCA_1B_1C_1.$ AB=3 см, BC=4 см, AA_1=10 см. Знайти об’єм і повну площу призми.



Нехай у прямій призмі $ABCA_1B_1C_1$, $\angle B = 90^0$, AB=3 см, BC=4 см, AA_1=10 см.

$S_{осн}$= $\frac{1}{2}$ ABBC= $\frac{1}{2}$ 3 4=6(см^2).V=S AA_1=6 10=60(см^3).

Із трикутника *ABC* маємо:

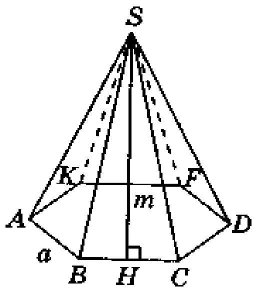
$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^4 + 4^2} = 5(см),$$

$$S_{бічн} = (AB + BC + AC) \cdot AA_1 = (3 + 4 + 5) \cdot 10 = 120(см^2).$$

$$S_{пр} = S_{бічн} + 2S_{осн} = 120 + 2 \cdot 6 = 132(см^2).$$

Відповідь. 60 см^2, 132 см^2.

3. Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює добутку півпериметра її основи на апофему.



Доведення

Нехай *a*— сторона основи правильної n-кутної піраміди. $SH \perp BC$, $SH = m$. Тоді площа бічної грані правильної піраміди дорівнює $\frac{1}{2}am$, а площа бічної поверхні $S_{бічн} = \frac{1}{2}amn$.

Оскільки $\frac{1}{2}an$ = р, де р —півпериметр основи піраміди, то $S_{бічн} = pm$. Об'єм будь-якої піраміди дорівнює третині добутку площі її основи на висоту: $V = \frac{1}{3}S_{осн}H$.

VI. Контроль знань, умінь і навичок учнів.

1. Чому дорівнює відношення об’єму призми до об’єму піраміди, якщо вони мають однакові площі основи та висоти:

А	Б	В
1/3;	2/3;	3

2.Простим називається тіло, яке можна розбити на скінченне число:

А	Б	В
призм;	трикутних пірамід;	кубів з ребром рівним 1.

3. Об’єми конуса і циліндра з рівними радіусами основи та однаковими висотами відносяться як...

А	Б	В
1\3	1\2	3\1

4.Формула для обчислення об’єму конуса

$1\backslash 3\pi r^2$h	$1\backslash 3\pi r$h	$1\backslash 3\pi r^2$
правильний п'ятикутник;	прямокутник;	паралелограм

5.Формула для обчислення об’єму циліндра

А	Б	В
πr^2h	πrh	πr^2

6. Площа поверхні куба дорівнює 6см^2. Знайдіть довжину його ребра.

А	Б	В
6	2	1

7. Якщо осьовий переріз циліндра- квадрат, площа якого дорівнює 100 см^2, то площа основи циліндра дорівнює:

А	Б	В
50 П см^2;	25 см^2 ;	25П см^2.

8. Об'єми подібних тіл відносяться:

А	Б	В
куби їх лінійних розмірів;	квадрати їх лінійних розмірів;	відповідно лінійних розмірів;

9.Об'єм куба з ребром3 см дорівнює

А	Б	В
27 см	9 см	6 см

10. Об'єм циліндра дорівнює 250 П см^3, а висота 10 см. . Вкажіть, яке з поданих тверджень вірне:

А	Б	В
об'єм циліндра дорівнює добутку площі основи на висоту;	об'єм циліндра дорівнює добутку площі основи на висоту;	площа основи циліндра 25 см^2

VII. Підсумок уроку.

«Розв'язування задач є найхарактернішим і специфічним різновидом вільного мислення» В. Джеймс.

Учні відповідають на питання

Чи досягли мети уроку?

Чи виконали всі завдання уроку?

використовуючи «Мета і завдання уроку», «Учні повинні вміти». Застосовуючи прийом «Пінг-понг», продовжують фрази:

Я навчилася…Я зрозумів…Я закріпила…Я повторив…

А тепер підведемо підсумок уроку(***Оцінювання знань учнів).***

«Корінь навчання гіркий, а плоди його солодкі». Аристотель.

Учні роблять самостійний аналіз власної роботи на уроці. Вчитель виставляє і коментує оцінки.

VIII. Домашнє завдання.

«Як крапля точе камінь не силою, а частим падінням, так і людина стає вченою частим учінням». Дістервег.

Повторити теоретичні відомості з теми, підготуватися до контрольної роботи.

Умова домашньої контрольної роботи

1. Осьовий переріз конуса – правильний трикутник, сторона якого дорівнює 6 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

2. Паралельно осі циліндра проведено площину, яка перетинає основу по хорді, що стягує дугу β. Знайдіть площу бічної поверхні циліндра, якщо діагональ перерізу дорівнює a і утворює з площиною основи кут α.

3. В основі конуса проведено хорду, яку видно з центра основи під кутом α, а із вершини конуса – під кутом φ. Знайдіть бічну поверхню конуса, якщо твірна дорівнює l.

4. Радіус кулі дорівнює R, а діаметр її перерізу площиною – a. Знайдіть поверхню меншого сферичного сегмента.

IX. Рефлексія.

Для взаємозв’язку вчителя з учнями використовується прийом **«Скринька побажань».**

Що сподобалося на уроці?

Що не сподобалося?

Що пропонуєш змінити?

Учні пишуть відповіді на аркушах і кладуть до скриньки.

Закінчити наш урок мені хотілося б словами Спінози: «*Якщо ви хочете, щоб життя посміхалося вам, подаруєте йому спочатку свій гарний настрій*».

Дякую вам за урок. Бажаю всім успіхів і гарного настрою!

2.2. Програма, зміст та методичне забезпечення факультативного курсу «Стереометрія в задачах ДПА і ЗНО»

Головне завдання сучасної школи — створити умови для розвитку кожної особистості як неповторної індивідуальності, здатної до творчої самореалізації, до навчання впродовж життя. З огляду на це велике значення має формування в особистості прагнення до самостійної пізнавальної діяльності, вміння ставити і продуктивно вирішувати нові проблеми, критично мислити, грамотно працювати з інформацією.

Зміни щодо змісту проведення державної підсумкової атестації (ДПА) учнів загальноосвітніх навчальних закладів, ущільнення навчального матеріалу спонукають до певної корекції відповідної організації самоосвітньої діяльності випускників у підготовці до ДПА. Запропоновані методики рекомендації, алгоритми, приписи не є догмою. Вони можуть використовуватись поелементно навіть у межах однієї дисципліни, враховуючи різнорівневу підготовку, мотивацію учнів, доступ до мережі Інтернет тощо.

Успішне виконання абітурієнтами завдань зовнішнього незалежного оцінювання чи підсумкової атестації з математики спирається, перш за все, на успішне засвоєння ними як теоретичного матеріалу курсу, так і методів розв’язування задач, передбачених програмою з математики для загальноосвітньої школи і розглянутих в шкільних підручниках.

Для кращої підготовки учнів до виконання завдань зовнішнього незалежного оцінювання з математики доцільно провести систематизацію та узагальнення теоретичного матеріалу, передбаченого програмою з математики для ЗНО, та методів розв’язування основних типів завдань.

Зауважимо, що і теоретичний матеріал, і методи розв’язування задач стереометрії є спільними, як для тих завдань, які пропонуються в ЗНО з математики, так і для завдань державної підсумкової атестації (ДПА) з математики. Тому підготовка до розв'язування завдань ЗНО і ДПА повинна бути єдиною.

Можна зауважити, що доцільно проводити систематизацію та узагальнення теоретичного матеріалу та методів розв'язування задач за змістовими лініями шкільного курсу математики: числа і вирази; рівняння і нерівності; функції; елементи комбінаторики, початки теорії ймовірностей та елементи статистики; геометрія (планіметрія, стереометрія). Проте окремі з них(наприклад, стереометрію) варто розподілити по темах.

Слід враховувати, що в останні роки до тесту ЗНО з стереометрії були включені завдання з вибором однієї правильної відповіді на перевірку формулювань основних теоретичних фактів шкільного курсу математики та розуміння їх змісту.

Навчальною програмою з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів академічного рівня передбачено час для повторення, узагальнення та систематизації навчального матеріалу після вивчення всіх тем, відповідно до навчального плану. Зокрема, в 11-му класі запропоновано 8 годин (і 2 години резервного часу), які доцільно використати з вищевказаною метою. Відповідну розробку методичного забезпечення наведено в додатку.

2.3. Методика підсумкового повторення

Методика підсумкового повторення з теми передбачає**:** діагностичний тест; систему задач; підсумковий тест по вивченому матеріалу зі стереометрії.

ТЕМА: Аксіоми стереометрії та наслідки з них

Тест

1. Яке з наступних тверджень вірне?

а) будь-які чотири точки лежать в одній площині;

б) будь-які три точки не лежать в одній площині;

в) через будь-які три точки проходить площина;

г) через будь-які три точки проходить площина, і притому тільки одна.

2. В просторі дано три точки: A, B, C такі що AB=14 см, BC=16 см і AC=18 см. Знайти площу трикутника ABC.

а) $32\sqrt{3}$ см^2;

б) $48\sqrt{5}$ см^2;

в) $36\sqrt{2}$ см^2;

г) $54\sqrt{3}$ см^2.

3. Трикутник MKP – рівносторонній, сторона якого дорівнює 12 см. Точка A не належить площині трикутника, причому AK=AP= 4 $\sqrt{3}$см, а AM=10 см. Знайти косинус кута, який утворюють висоти ME і AE відповідних трикутників MKP і AKP.

а) $\frac{4}{9}$;

б) $\frac{3}{17}$;

в) $\frac{5}{18}$;

г) $\frac{7}{12}$.

4. В площині α лежать точки B і C, точка A нележить цій площині. Знайти відстань від точки A до відрізка BC, якщо AB=5 см, AC=7 см, BC=6 см.

а) $2\sqrt{6}$ см;

б) $8\sqrt{3}$ см;

в) $1 2$ см;

г) $10\sqrt{2}$ см.

5. Дано п’ять точок простору. Через кожні дві з них проведена пряма. Скільки різних прямих існує при тих умовах? Розглянути різні випадки розміщення точок, виберіть правильну комбінацію.

а) 1,5,6,7,10;

б) 1,5,6,8,10;

в) 1,4,5,6,8,10;

г) 1,5,6,8,9,10.

6. Проведено чотири різні площини. Відомо, що кожні дві із них перетинаються. Знайти найбільше число прямих, по яких перетинаються дві площини.

а) 5;

б) 4;

в) 8;

г) 6.

7. Деяку коло дотикається двох прямих, що перетинаються в просторі. Діаметр цього кола дорівнює $2\sqrt{3}$ дм, а відстань від центра кола до точки перетину прямих - $\sqrt{6}$ дм. Знайти кут між цими прямими.

а) $30°$;

б) $45°$;

в) $60°$;

г) $90°$.

8. Чотири точки простору ABCM утворюють прямокутник ABCM. Знайти площу круга, описаного навколо прямокутника, якщо AB=$\frac{3\pi}{4}$ см, а AM=$\frac{\pi}{2}$ см.

а) $\frac{7\pi^3}{32}$ см^2;

б) $\frac{5\pi}{8}$ см^2;

в) $\frac{13\pi^3}{64}$ см^2;

г) $\frac{25\pi^3}{16}$ см^2.

9. Прямі a і c перетинаються в точці O, пряма n також проходить через т. O. Через кожні дві із даних трьох прямих проведена площина. Скільки всіх різних площин може бути проведено?

а) 6;

б) 1 чи 2;

в) 1 чи 3;

г) 3 чи 4.

Завдання								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
г	г	б	в	г	в	г	г	б

Система задач

1. Чи можна стверджувати, що:

будь-які дві точки завжди лежать на одній прямій;

будь-які чотири точки завжди лежать в в одній площині?

2. Чи можна стверджувати, що будь-яка пряма, яка перетинає кожну з двох даних прямих, що перетинаються, лежить у площині, яка проходить через ці прямі?

3. Чи є правильним твердження, що пряма, яка має з колом тільки одну спільну точку, є дотичною до кола в цій точці: на площині; у просторі.

4. Доведіть, що коли через дві прямі не можна провести площину, то ці прямі не перетинаються.

5. Площини α і β перетинаються по прямій *a*. У площині β проведено пряму b, яка перетинає площину α. Доведіть, що точка перетину прямої bі площини α належить прямій*a*.

6. Чи можна стверджувати, що через пряму і дві точки поза нею можна провести площину?

7. Доведіть, що через дві довільні точки можна провести хоча б одну площину.

8. Точки A, B, C iDне лежать в одній площині. Доведіть, що кожні три з них не лежать на одній прямі.

9. Три прямі лежать у площині α і перетинаються в точці K. Доведіть, що існує площина, відмінна від α, яка перетинає дані прямі.

10. Площини α і β перетинаються по прямій *c*. Доведіть, що існує ще одна площина, відмінна від площин α і β, яка містить пряму *c*.

11. Пряма *b*перетинає площину β в точці B. Пряма *a* належить площині β і не проходить через точку B. Доведіть, що прямі *a*і*b*не перетинаються.

12. Прямі *a* і *b* перетинаються в точці O. Доведіть, що всі прямі, які перетинають пряму *b* і проходять через довільну точку прямої *a*, відмінну від точки O, лежать в одній площині.

13. Серед n даних прямих кожні дві перетинаються. Доведіть, що всі ці прямі лежать в одній площині або проходять через одну точку.

14. Прямі a і b не лежать в одній площині. Пряма c і d перетинають кожну з них. Чи є правильним твердження, що прямі c і d не перетинаються?

15. Дано площину α і точку К, яка їй не належить. З точки К проведено два промені, які перетинають площину αв точках А і В. Пряма lперетинає промені КА і КВ та площинуα. Доведіть, що прямі lі АВ перетинаються.

16. Вершина Dплоского чотирикутника ABCD належить площині α, а інші дві вершини лежать поза цією площиною. Продовження сторін ВА і ВС перетинають площину в точках М і К відповідно. Доведіть, що точки М, К і D лежать на одній прямій.

17. Площини α і β перетинаються по прямій a. На площині взято точки M і N такі, що прямі MN і a не паралельні, а в площині β вибрано точку К, яка не належить прямій a. Побудуйте лінії перетину площини MNK з площинами α і β.

ТЕМА: Паралельність прямих і площин в просторі

Тест

1. Виберіть правильне твердження:

Дві прямі в просторі називаються паралельними, якщо вони …

а) лежать в одній площині;

б) не перетинаються;

в) не мають спільних точок, належать різним площинам;

г) лежать в одній площині і не перетинаються.

2. Площина α перетинає сторони АВ і ВС трикутника АВС в точках М і Р відповідно, причому $AC \| \alpha$. Знайти АС, якщо ВМ:АМ=3:4 і МР=10 см.

а) 12,5 см;

б) 7,5 см;

в) 24 см;

г) $23\frac{1}{3}$ см.

3. Відрізок AB перетинає площину α, точка C – середина AB. Через точки A, B, C проведено паралельні прямі, які перетинають площину в точках A_1, B_1, C_1. Знайти CC_1, якщо $AA_1=\frac{6}{\sqrt{2}}$ дм і $BB_1=\sqrt{2}$ дм.

а) 4 дм;

б) $4\sqrt{2}$ дм;

в) $\sqrt{2}$ дм;

г) $2\sqrt{2}$ дм.

4. Сторону CO трикутника COE перетинають площини α і β, паралельні стороні CE відповідно в точках K і P, а сторону OE – в точках M і I, причому OK вдвічі менше PK, а CP вдвічі більше PK. Знати CE, якщо KM=6 см.

а) 40 см;

б) 36 см;

в) 48 см;

г) 42 см.

5. $ABCMA_1B_1C_1M_1$ – прямокутний паралелепіпед, AB=AM=8 дм, AA_1=2 дм. Знайти площу перерізу BPKM, де P- середина B_1C_1 і K – C_1M_1.

а) $3\sqrt{15}$ дм;

б) $12\sqrt{6}$ дм;

в) $6\sqrt{6}$ дм;

г) $15\sqrt{3}$ дм.

6. $ABCMA_1B_1C_1M_1$ – куб. точки E і P – середини ребер AA_1 і CC_1 відповідно. Визначити число сторін перерізу площиною, яка визначається точками B, E, P.

а) 3;

б) 4;

в) 5;

г) 6.

7. MCAO – ромб зі стороною 4 см; MBKP – паралелограм. Знайти периметр чотирикутника CAKP, якщо BK= 8 см і $\angle CMP = 60°$.

а) $8(1+\sqrt{3})$см;

б) $6(1+\sqrt{2})$см;

в) $8(1+\sqrt{3})$см;

г) $12\sqrt{3}$см.

8. В трикутній піраміді MABC всі ребра рівні 6 см. Знайти периметр перерізу, який проходить паралельно стороні BC і через точки A і K, де K – середина BM.

а) $(4\sqrt{3}+3)$ см;

б) $6\sqrt{3}$ см;

в) $(6\sqrt{3}+1)$ см;

г) $3(2\sqrt{3}+1)$ см.

9. $ABCMA_1B_1C_1M_1$ – куб. K – середина AM, P – середина CM. В якому відношенні, починаючи від точки A, ребро AA_1 ділить площина, що проходить через точки B_1, K, P?

а) 1:1;

б) 1:2;

в) 1:3;

г) 1:4.

Завдання								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
г	г	в	б	в	г	а	в	б

Система задач

1. Точка A не належить площині α. Скільки існує прямих, які проходять через точку A і паралельні площині α?

2. Пряма a паралельна площині α. Чи існують у площині α прямі, не паралельні прямій a?

3. Прямі a і b паралельні. Як розміщена пряма b відносно площини α, якщо пряма a: 1) належить площині α; 2) перетинає площину α; 3) паралельна площині α?

4. Пряма a належить площині α і паралельна площині β. Площини α і β перетинаються по прямій m. Доведіть, що прямі a і m паралельні.

5. Через середини двох сторін трикутника проведено площину, відмінну від площини трикутника. Яке взаємне розміщення цієї площини і третьої сторони трикутника?

6. Пряма a паралельна прямій b, а пряма b паралельна площині α. Чи обов'язково пряма a паралельна площині α?

7. Доведіть, що всі прямі, які перетинають одну з двох мимобіжних прямих і паралельні другій прямій, лежать в одній площині.

8. Площини α і β перетинаються по прямій c. У площинах α і β взято такі прямі a і b відповідно, що a і b паралельні. Доведіть, що прямі a, b і c попарно паралельні.

9. Діагональ BD паралелограма ABCD паралельна площині γ, а промені AD і AB перетинають цю площину в точках M і N відповідно. Доведіть, що трикутники DAB і MAN подібні.

10. Площина α перетинає сторони AB і AC трикутника ABC у точках B_1 і C_1 відповідно, причому $AC_1 : C_1C = 3 : 2$ і $B_1C_1 = 5$ см. Знайдіть довжину відрізка BC, якщо пряма BC і площина α паралельні.

11. Прямі MN і KP мимобіжні. Точка E — середина відрізка NP. Побудуйте площину, яка проходить через точку E і паралельна прямим MN і KP.

12. Трапеція ABCD (AB || CD) лежить у площині α, AB = 8 см. Поза площиною α взяли точку M і на відрізку AM позначили таку точку K, що AK : KM = 3 : 1. Побудуйте точку F — перетину площини DKC і прямої MB і знайдіть довжину відрізка KF.

13. Побудуйте переріз трикутної піраміди SABC площиною, яка проходить через вершину S, точку на ребрі AC і паралельна прямій BC.

14. Побудуйте переріз піраміди SABC площиною, яка проходить через точку N на ребрі SA і паралельна прямим AB і SC.

15. Побудуйте переріз піраміди SABC площиною, яка проходить через середини M і K ребер SA і SB відповідно та точку N на ребрі BC.

ТЕМА: Перпендикулярність прямих і площин в просторі

Тест

1. Виберіть правильне твердження:

Пряма, яка перетинає площину, називається перпендикулярною до цієї площини, якщо вона

а) перпендикулярна до будь-якої прямої, що лежить у цій площині і проходить через точку перетину;

б) перпендикулярна до будь-якої прямої з цієї площини;

в) перпендикулярна лише до однієї прямої і перетинає її;

г) проходить через точку перетину.

1. ABCM – квадрат, $BP \perp (ABC)$. Знайти відрізок MP, якщо $AB=\sqrt{12}$ см, а BP=5 см.

а) 6 см;

б) 7 см;

в) $6\sqrt{2}$ см;

г) $5\sqrt{3}$ см.

2. KO – перпендикуляр відносно площини α, KM і KP – похилі до цієї площини, OM і OP – проекції похилих, причому сума їх довжин рівна 15 см. Знайти відстань від точки K до площини, якщо KM=15 см, KP=$10\sqrt{3}$ см.

а) 18 см;

б) $10\sqrt{2}$ см;

в) $12\sqrt{3}$ см;

г) $12\sqrt{2}$ см.

3. В трикутнику AKC AK$\perp$CK; точка M не належить площині AKC і MK$\perp$CK. Які висловлювання правильні?

1)AK$\perp$(CKM);

2)CK$\perp$(AKM);

3)AK$\perp$MK;

4)CK$\perp$AM.

а) 1;

б) 1,3;

в) 2,4;

г) 4.

4. Трикутник ABC – прямокутний ,$\angle C = 90°$, AC=8 см, BC=6 см. Відрізок CM – перпендикуляр до площини ABC. Знайти CM, якщо відстань від точки M до сторони AB рівна 5 см.

а) 1,8 см;

б) $2\sqrt{2}$ см;

в) 2,5см;

г) 1,4 см.

5. Трикутник MKP – рівносторонній, сторона якого 18 см. Точка C віддалена від вершин трикутника на 12 см. Знайти відстань від точки C до площини MKP.

а) $4\sqrt{3}$ см;

б) 6 см;

в) 9 см;

г) 8 см.

6. ABCM – квадрат. Точка P віддалена від сторін квадрата на $3\sqrt{2}$ см. Знайти периметр квадрата, якщо точка P віддалена від площини ABC на $\sqrt{2}$ см.

а) 32см;

б) 16 см;

в) $16\sqrt{2}$ см;

г) $12\sqrt{3}$ см.

7. Площина α перпендикулярна площині β. Точка A належить площині α. Відрізок AA_1 – перпендикуляр до площини β, точка B належить площині β і BB_1, перпендикуляр до площини α. Знайти AB, якщо AA_1=8см, BB_1=12см, $A_1B_1=4\sqrt{2}$ см.

а) $9\sqrt{3}$ см;

б) $8\sqrt{5}$ см;

в) $4\sqrt{15}$ см;

г) $10\sqrt{2}$ см.

8. $ABCMA_1B_1C_1M_1$ – куб. знайти відстань між прямими AB1 і BC, якщо ребро куба дорівнює $2\sqrt{2}$ см.

а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см;

б) $3\sqrt{2}$ см;

в) 4 см;

г) 2 см.

Завдання								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
а	в	а	в	г	б	г	в	б

Система задач

1. Чи є правильним твердження, що пряма, перпендикулярна до двох прямих площини, перпендикулярна цій площині?

2. Через вершину C прямокутника ABCD проведено пряму MC, перпендикулярну до прямих BC і AC. Доведіть, що $MC \perp CD$.

3. ABCD — квадрат, $MC \perp BC$. Укажіть пряму і площину, які перпендикулярні між собою.

4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ — куб. Доведіть, що чотирикутник AA_1C_1C — прямокутник.

5. Точка M лежить поза площиною прямокутника ABCD, MA = MB = MC = MD, O — точка перетину діагоналей прямокутника. Доведіть, що пряма MO перпендикулярна до площини ABC.

6. Пряма AO перпендикулярна до площини кола з центром у точці O. Точка B лежить на колі. Знайдіть відстань від точки A до площини кола, якщо радіус кола дорівнює 6 см, $\angle ABO = 45°$.

7. Сторона правильного трикутника ABC дорівнює 8 см. Через центр O трикутника ABC проведено перпендикуляр SO до його площини. Знайдіть довжину відрізка SO, якщо $\angle SAO = 30°$.

8. Точка M лежить поза площиною трикутника ABC і рівновіддалена від його вершин. Як розміщена точка O — проекцію точки M на площину ABC — відносно трикутника ABC, якщо цей трикутник тупокутний?

9. З точок A і B, які лежать поза площиною α, проведено до неї перпендикуляри AA_1 і BB_1. Доведіть, що коли відрізки AB і A_1B_1 рівні, то чотирикутник AA_1B_1B — прямокутник.

10. Доведіть, що коли пряма перпендикулярна до двох площин, то ці площини паралельні.

11. Через вершину B ромба ABCD проведено перпендикуляр SB до площини ромба. Знайдіть SD, якщо SB = 4 см, сторона ромба — 3 см, а $\angle$ABC = 120°.

12. У рівнобедреному трикутнику ABC відомо, що AB = BC = 15 см, $\angle$ABC = 120°. Точка M знаходиться на відстані 39 см від усіх його вершин. Знайдіть відстань від точки M до площини трикутника ABC.

13. Точка S рівновіддалена від всіх вершин прямокутника ABCD. Знайдіть кут BSD, якщо AB = 3 см, AD = 4 см, SB = 5 см.

14. З точки M, яка не належить площині квадрата ABCD, проведено перпендикуляр BM до його площини. Через центр O квадрата проведено пряму NO паралельно BM. Знайдіть відстань від точки N до вершин квадрата, якщо AB = $4\sqrt{2}$ см, NO = 3 см.

15. Кінці відрізка розміщені по різні боки від площини і віддалені від неї на 5 см і 7 см. Знайдіть відстань від середини цього відрізка до площини.

16. Через вершину C прямокутника ABCD проведено пряму MC перпендикулярно до прямої CD. Доведіть, що пряма AB перпендикулярна до площини MCB.

17. Через вершини B і D трапеції ABCD (BC || AD) проведено перпендикуляри MB і ND до площини трапеції. Доведіть, що площини MBC і NDA паралельні.

ТЕМА: Координати і вектори у просторі

Тест

1. Дано точки *A (1; 2; -3)* і *B (3;-3; 0)*. Знайдіть координати вектора $2\overrightarrow{ÀÂ}$:

а) $\left(\overline{4;-10;6}\right)$;

б) $\left(\overline{4;-6;6}\right)$;

в) $\left(\overline{4;10;6}\right)$;

г) $\left(\overline{8;-2;-6}\right)$.

2. Знайдіть відстань від точки *N (-1; 3;-4)* до осі *OX*:

а) 3;

б) 1;

в) 5;

г) $\sqrt{10}$.

3. Знайдіть точку, симетричну точці *N(0;-2;3)*відносно площини*xOy*:

а) (-2; 0;-3);

б) (3;-2;0);

в) (0;-2;-3);

г) (0; 2; 3).

4. На осі ординат зазначте такі точки, відстані від яких до точки (-1; 0; 3) дорівнює 6:

а) (0; ±2; 0);

б) (0; ±5; 0);

в) (0; $\sqrt{26}$; 0);

г) (0; ±$\sqrt{26}$;0).

5. Дано вектори $\bar{a}(3;0;-3)$, $\bar{a}(4;2;-4)$. Знайти вектори $\frac{1}{3}\bar{a}+\frac{1}{2}\bar{a}$:

а) $\left(\overline{2;-3;1}\right)$;

б) $\left(\overline{-3;1;3}\right)$;

в) $\left(\overline{3;1;-3}\right)$;

г) $\left(\overline{3;1;2}\right)$.

6. Кінці відрізка *A(2; 1; 3)* і *B(6; 1; 5)*. Вкажіть точку, симетричну середині відрізка *AB* відносно площини *XУ*:

а) (-2; 0; 1);

б) (-2; 0; -1) ;

в) (2; 0; 1);

г) (2; 0; -1).

7. Якщо за паралельного перенесення точка *A(3; 1; 2)* переходить у точку $A_1(6; 4; 4)$, то в яку точку перейде за такого паралельного перенесення точка *B(-2; -3; 1)*?

B_1(-5; -6;-1);

B_2 (1; 0; 4);

B_3 (1; 0; 3);

B_4 (2; 3; -1).

8. Серед наведених укажіть правильну рівність, якщо $\bar{\grave{a}}(-1;-1;0)$, $\bar{\hat{a}}(0;0;1)$ і $\bar{\tilde{n}}(-1;-1;2)$:

$\bar{\grave{a}} = -\bar{\hat{a}}$;

$\left|\bar{\grave{a}}\right| = -\left|\bar{\hat{a}}\right|$;

$\bar{\grave{a}} + 2\bar{\hat{a}} = \bar{\tilde{n}}$;

$\left|\bar{\hat{a}}\right| = -\left|\bar{\grave{a}}\right|$.

9. Який із наведених векторів перпендикулярний до вектора $\bar{\grave{a}}(1;0;-1)$?

$\vec{\hat{a}}_1(-1;0;1)$;

$\vec{\hat{a}}_2(-1;2;-1)$;

$\vec{\hat{a}}_3(1;2;-1)$;

$\vec{\hat{a}}_4(0;1;1)$.

Завданн								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
а	в	в	г	в	г	в	в	а

Система задач

1. Дано вектори $\vec{\grave{a}}(3;-1;2)$ і $\vec{\hat{a}}(-1;-5;7)$. Знайдіть $\vec{\grave{a}} \cdot \vec{\hat{a}}$:

2. Дано точки А (0;3;1), В (-2;0;0), С (0;0;4), Д (0;-3;0). Які з них лежать : 1) на осіX; 2) на осі Z ; 3) у площині XY ; 4) у площині YZ

3. Знайти координати середини відрізка АВ, якщо А (1;2;3) і В (3;-6;7).

4. Точки А (3;-1;-2), В (-5;7;4), С (1;5;2), Д (9;-3;-4) – вершини чотирикутника. Довести, що даний чотирикутник – паралелограм.

5. Знайти відстань між точками В (-2;0;3) і К(3;4;2)

6. На осі Х знайти точку, рівновіддалену від точок В(3;2;4) і С (0;5;-1).

7. Складіть рівняння сфери радіуса r = 5 з центром у точці А (1;0;4). Чи належить точка М (3;2;-1) сфері, рівняння якої $x^2 + y^2 + z^2 - 2\tilde{O} + 4\acute{o} - 6Z - 2 = 0$?

8. Знайдіть координати вектора $\bar{a}$ (a;2a;-a), якщо його абсолютна величина $\sqrt{54}$ Знайти суму та різницю векторів : $\bar{a}$ (2;1;-2) і $\bar{\hat{a}}$ (3;-2;5).

9. Знайти модуль суми та різниці векторів : $\bar{a}(4;1;5)^{3}\bar{\hat{a}}(3;5;-1)$.

10. Обчисліть довжину вектора $2\bar{a} + 3\bar{\hat{a}}, \text{ÿêùî}\ \ \bar{a}(1;1;-1), \bar{\hat{a}}(2;0;0)$.

11. Знайти скалярний добуток векторів : $\bar{a}(1;2;4)$ і $\bar{\hat{a}}(2;3;6)$.

12. Знайти, косинус кута між векторами $\bar{a}(1;2;2)$ і $\bar{\hat{a}}(2;3;6)$.

13. Доведіть, що трикутник з вершинами А(7;1;-5), В(4;-3;-4), С(1;3;-2) – рівнобедрений.

14. Дано точки А(0;1;-1), В(1;-1;2), С(3;1;0), Д(2;1;1). Знайдіть кут між векторами $\overline{BC}$ і $\overline{AD}$.

ТЕМА: Многогранники

Тест

1. Яке найменше число ребер може мати призма?

а) 9;

б) 8;

в) 7;

2. Площа діагонального перерізу куба рівна $8\sqrt{2}$ см^2. Знайти площу поверхні куба.

а) $36\sqrt{2}$ см^2;

б) $24\sqrt{3}$ см^2;

в) 36 см^2;

г) 48см^2.

3. Довжини діагоналей трьох граней прямокутного паралелепіпеда, що мають спільну вершину, рівні 5 см, $2\sqrt{13}$ см і $3\sqrt{5}$ см. Знайти діагональ паралелепіпеда.

а) $\sqrt{73}$ см;

б) $4\sqrt{7}$ см;

в) $\sqrt{61}$ см;

г) $7\sqrt{2}$ см.

4. Сторони основи прямого паралелепіпеда рівні 1 см і 3 см, а синус кута між ними - $\frac{\sqrt{5}}{3}$. Знайти кут, який утворює більша діагональ паралелепіпеда з основою, якщо бічне ребро паралелепіпеда рівне $\sqrt{14}$ см.

а) $arctg\, 2$;

б) $45°$;

в) $arctg\, \frac{1}{2}$;

г) $30°$.

5. Площі двох діагональних перерізів прямого паралелепіпеда дорівнюють 48см^2 і 30 см^2, а бічне ребро рівне 6 см. Знайти площу основи паралелепіпеда, якщо вона є ромбом.

а) $18\sqrt{2}$ см^2;

б) 18 см^2;

в) 20 см^2;

г) 24 см^2.

6. Основа піраміди MABCDEF – правильний шестикутник ABCDEF зі стороною 8 см. Ребро AM перпендикулярне до основи і довжина рівна 8 см. Знайти двогранний кут між гранею MED і площиною основи.

а) $\arcsin\sqrt{3}$;

б) $30°$;

в) $45°$;

г) $60°$.

7. Сторони основ правильної зрізаної чотирикутної піраміди рівні 4 см і 6 см. Знайти площу діагонального перерізу, якщо бічне ребро утворює з більшою основою кут, рівний $45°$.

а) 12см^2;

б) $6\sqrt{3}$ см^2;

в) $8\sqrt{2}$ см^2;

г) 10 см^2.

8. Сторони основ правильної зрізаної трикутної піраміди рівні 12 см і 6 см. Кут між площинами бічної грані і основи рівний $30°$. Знайти площу бічної поверхні даної зрізаної піраміди.

а) $36\sqrt{3}$ см^2;

б) 36 см^2;

в) 54 см^2;

г) $48\sqrt{3}$ см^2.

9. КАВСМ – правильна чотирикутна піраміда. Точка Р і О – середини ребер КВ і КС. Знайти периметр перерізу піраміди площиною, яка паралельна АКМ і проходить через точки Р і О, якщо сторона основи піраміди 16 см, а висота піраміди 4 см.

24 см;

36 см;

32 см;

42 см.

Завдання								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
а	г	в	б	в	б	г	в	б

Система задач

1. Через кінці трьох ребер DA, DB і DC паралелепіпеда проведена площина ABC. Діагональ DE паралелепіпеда перетинає цю площину в точці M.Доведіть, що M –центроїд (точка перетинумедіан) трикутника ABC і DM = $\frac{1}{3}$ DE.

2. Доведіть, що якщо діагоналі чотирикутної призми перетинаються в одній точці, то ця призма − паралелепіпед.

3. Доведіть, що у всякому паралелепіпеді сума квадратів діагоналей дорівнює сумі квадратів усіх його ребер.

4. Доведіть, що паралелепіпед, у якого усі діагоналі рівніпрямокутний.

5. Основою прямого паралелепіпеда служить паралелограм зсторонами 3 м і 4 м. Одна з діагоналей паралелепіпеда дорівнює 5 м, а друга−7 м. Знайдіть величину гострого кута паралелограма, який лежить в основі, і площу повної поверхні паралелепіпеда.

6. Основою призми $ABCDA_1B_1C_1D_1$ служить ромб ABCD, кут Аякого дорівнює 60°. Бічних грані − квадрати із стороною, рівною a.Знайдіть площі перерізів, проведених

7. а) через діагональ BD_1 і вершину A;

8. б) через діагональ BD_1 і середину K ребра AA_1.

9. Дано прямокутний паралелепіпед $ABCDA_1B_1C_1D_1$, в якомуAB = 4 м, AD = 2 м, і AA_1 = 5 м. На ребрі AA_1 узята точка K така, що $\frac{AK}{AK_1} = 4$. Знайдіть площу перерізу паралелепіпеда площиноюBD_1K і доведіть, що вона менше площі діагонального перерізуA_1BCD_1.

10. Діагональ правильної чотирикутної призми дорівнює 2 м, а площа бічної поверхні дорівнює 4 $м^2$. Знайдіть кут нахилудіагоналі до площини основи і площу основи.

11. Діагоналі двох суміжних граней, що не перетинаються, прямого паралелепіпеда нахилені до площини основи під кутами α і β. Знайдіть кут γ між цими діагоналями.

12. Основою піраміди служить трикутник із сторонами 10 см, 10 см і 12 см Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом 45°. Знайдіть висоту піраміди.

13. Переріз правильної трикутної піраміди площиною, яка проходить через бічне ребро і висоту піраміди, прямокутнийтрикутник. Знайдіть відношення площі бічної поверхні піраміди до площі її основи.

14. Висота правильної трикутної піраміди дорівнює стороні їїоснови. Знайдіть кут нахилу бічного ребра до площини основи і двогранний кут при бічному ребрі.

15. Знайдіть площу бічної поверхні правильної трикутноїпіраміди, сторона основи якої рівна *a* і двогранний кут прибічному ребрі удвічі більше двогранного кута при основі.

16. Протилежні ребра AC і BD трикутної піраміди ABCD рівні. Через точку K, що належить ребру AB, проведена площинапаралельно ребрам AC і BD. Доведіть, що в перерізі вийде паралелограмм, периметр якого не залежить від вибору точки K.

17. Доведіть, що будь-яку трикутну піраміду можна перетнутиплощиною так, що в перерізі вийде ромб.

18. У основі піраміди NABCD лежить прямокутник із сторонами AB = a і AD = a$\sqrt{2}$. Усі бічні ребра нахилені до основипід кутом 30°. Через діагональ основи AC проведена площина паралельно ребру DN. Знайдіть плоскі кути при вершині пірамідиі площу перерізу.

19. Основою піраміди NABCD є квадрат із сторонoюAB = a. Бічна грань NAB перпендикулярна площині основиAN =BN. Знайдіть площу грані NCD, якщо вона нахилена до площини основи під кутом, удвічі меншим кута ANB.

ТЕМА: Тіла обертання

Тест

1. Простим називається тіло, яке можна розбити на скінченне число:

а) призм;

б) трикутних пірамід;

в) кубів з ребром рівним 1;

г) кубів.

2. Осьовий переріз циліндра – квадрат, довжина діагоналі якого дорівнює 20 см. Знайти радіус основи циліндра.

а) $5\sqrt{2}$ см;

б) $8\sqrt{2}$ см;

в) 10см;

г) $10\sqrt{2}$ см.

3. Площа осьового перерізу циліндра рівна $6\sqrt{\pi}$ дм^2, а площа основи рівна 25 дм^2. Знайти висоту циліндра.

а) $\frac{2\pi}{3}$ дм;

б) $\frac{\pi}{2}$ дм;

в) 0,6дм;

г) 2дм.

4. Відрізок АВ дорівнює 13 см, точки А і В лежать на різних колах основ циліндра. Знайти відстань від відрізка АВ до осі циліндра, якщо його висота – 5 см, а радіус – 10 см.

а) 7,5 см;

б) $6\sqrt{2}$ см;

в) 9см;

г) 8 см.

5. Довжина твірної конуса дорівнює $2\sqrt{3}$ см, а кут при вершині осьового перерізу дорівнює $120°$. Знайти площу основи конуса.

а) 8π см^2;

б) $8\pi\sqrt{2}$ см^2;

в) 9π см^2;

г) $6\sqrt{3}\pi$ см^2.

6. Радіус основи конуса $3\sqrt{2}$ см. Знайти максимально можливу площу осьового перерізу даного конуса.

а) $6\sqrt{2}$ см^2;

б) 18см^2;

в) $12\sqrt{3}$ см^2;

г) 16 см^2.

7. Відрізок АВ – хорда основи конуса, яка віддалена від осі конуса на 3 см. МО – висота конуса, причому МО=$6\sqrt{2}$ см, де М – вершина конуса. Знайти відстань від точки О до площини, що проходить через точки А, В, М.

а) $\sqrt{3}$ см;

б) $2\sqrt{2}$ см;

в) $3\sqrt{3}$ см;

г) 4 см.

8. Сфера проходить через вершини квадрата АВСМ, сторона якого дорівнює 12 см. Знайти відстань від центра сфери – точки О до площини квадрата, якщо радіус ОМ утворює з площиною кут $60°$.

а) $8\sqrt{2}$ см;

б) $6\sqrt{3}$ см;

в) $4\sqrt{10}$ см;

г) $6\sqrt{6}$ см.

9. Сторони трикутника АВС дотикаються кулі. Знайти радіус кулі, якщо АВ=8 см, ВС=10 см, АС=12 см і відстань від центра кулі О до площини трикутника АВС дорівнює $\sqrt{2}$ см.

а) $3\sqrt{3}$ см;

б) $2\sqrt{3}$ см;

в) 3 см;

г) $3\sqrt{2}$ см.

Завдання								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
в	а	в	г	в	б	б	г	в

Система задач

1. Осьовий переріз циліндра—квадрат. Знайдіть відношення площі бічної поверхні циліндра до площі його основи.

2. Осьові перерізи двох циліндрів—рівновеликі прямокутники. Доведіть, що площі їх бічних поверхонь рівні.

3. Висота одного циліндра удвічі більше висоти іншого, а осьовий переріз – рівні прямокутники. Знайдіть відношення їх об’ємів.

4. Осьовий переріз конуса—рівносторонній трикутник. Знайдітьвідношення площі його бічної поверхні до площі основи.

5. Циліндр і конус мають рівні основи і рівні висоти.Відношення площі бічної поверхні циліндра до площі бічноїповерхні конуса дорівнює k. У яких межах може змінюватися k?Знайдіть кут нахилу твірної конуса до основи, якщо k = 1.

6. Відношення площ повних поверхонь конусів, отриманих обертанням прямокутного трикутника ABC навколо катета AC і навкругикатета BC, рівне 2. Знайдіть гострі кути трикутника.

7. Кут при вершині в осьовому перерізі конуса рівний α. Знайдіть-центральний кут в розгортці його бічної поверхні. При якому значення αрозгортка бічної поверхні є півколо?

8. Прямокутний трикутник ABC обертається спочатку навкруги гіпотенузи AB, а потім навколо катета BC. Знайдіть відношення об'ємівтіл обертання, якщо кут A трикутника рівний α.

9. Висота зрізаного конуса дорівнює 4. Радіус однієї основи конуса в два рази більше радіусу іншого, а сума площ основдорівнює площі бічної поверхні.Знайдіть радіуси основ і твірну зрізаного конуса.

10. Твірна зрізаного конуса нахилена до площини більшої основи під кутом α. Діагоналі осьового перерізу взаємно перпендикулярні. Знайдіть відношення площі бічної поверхні зрізаногоконуса до суми площ його основ.

11. Прямокутна трапеція ABCD обертається спочатку навколо більшої основи AB, а потім навколо меншої бічної сторони AD.Знайдіть відношення об'ємів отриманих тіл обертання, якщо AB=2CDі $\angle ABC = \beta$.

12. Прямокутний трикутник з катетами 5 см і 12 см обертаєтьсянавколо зовнішньої осі, яка паралельна більшому катету і знаходитьсявід нього на 3 см. Знайдіть об'єм тіла обертання.

13. Розгортка бічної поверхні циліндра – прямокутник, діагональ якого рівна d, а кут між діагоналями, нахилу твірної рівний α. Знайдіть об'єм циліндра.

ТЕМА: Об'єми і поверхні геометричних тіл

Тест

1. Об'єми подібних тіл відносяться, як

а) куби їх відповідних лінійних розмірів;

б) квадрати їх відповідних лінійних розмірів;

в) площі відповідних частин;

г) квадрати площ відповідних частин.

2. Об'єм V кулі радіуса Rдорівнює:

а) πR^3;

б) $\frac{4}{3}\pi R^3$;

в) $\frac{1}{3}\pi R^3$;

г) $\frac{1}{3}\pi R^2 H$.

3. У куб вписано кулю радіусом 2,5. Обчисліть об'єм куба:

а) 15, 625;

б) 15;

в) 125;

г) 625.

4. У прямому паралелепіпеді сторони основи мають довжину 30 см і 12 см та утворюють між собою кут 30°. Знайдіть висоту паралелепіпеда, якщо його об'єм дорівнює 720 $см^3$:

а) 8 см;

б) 4 см;

в) 2 см;

г) 12 см.

5. У циліндр вписано кулю. Знайдіть відношення об'єму циліндра до об'єму кулі:

а) 3:2;

б) 3:4;

в) 2:1;

г) 6:1.

6. Знайдіть об’єм тіла, утвореного в результаті обертання квадрата навколо його сторони, яка дорівнює *a*.

а) $4\pi\grave{a}^3$;

б) $2\pi\grave{a}^3$;

в) $\pi\grave{a}^3$;

г) $\pi\grave{a}^2$.

7. Знайдіть об’єм куба, діагональ якого дорівнює $3\sqrt{3}$ см:

а) 27 см^3;

б) 9 см^3;

в) 81 см^3;

г) 36 см^3.

8. Знайдіть об’єм повітряної кулі, діаметр якої 6 м:

а) $36\pi\grave{i}^3$;

б) $144\pi\grave{i}^3$;

в) $288\pi\grave{i}^3$;

г) $48\pi\grave{i}^3$.

9. Об’єм трикутної призми $\grave{A}\hat{A}\tilde{N}\grave{A}_1\hat{A}_1\tilde{N}_1$ дорівнює 36 см^3. Обчисліть об’єм піраміди $\grave{A}\hat{A}\tilde{N}\tilde{N}_1$.

а) 12см?;

б) 8см? ;

в) 10см?;

г) 18см?.

Завдання								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
а	б	в	б	а	в	а	а	а

Система задач

1. У правильній трикутній призмі $ABCA_1B_1C_1$ через сторону основи AB і вершину C_1 проведена площина. Сторона основирівна a, кут нахилу перерізу до основи рівний φ. Знайдіть об'ємпризми.

2. Висота правильної трикутної призми рівна h. Кут міждіагоналями бічних граней, що виходять з однієї вершини, рівний a.Знайдіть об'єм призми і обчисліть його при a = 45°.

3. Діагональ прямокутного паралелепіпеда, рівна d, нахилена до основи під кутом αі до бічної грані під кутом β. Знайдітьоб'єм паралелепіпеда.

4. Основою прямої призми служить ромб із стороною a і гостримкутом α. Переріз площиною, проведеною через велику діагональ основи і через вершину тупого кута іншої основи, є прямокутний трикутник. Знайдіть об'єм призми.

5. Велика діагональ правильної шестикутної призми, рівна d, утворює із стороною основи, що виходить з тієї ж вершиникут α. Знайдіть об'єм призми.

6. Переріз правильної чотирикутної призми площиною, що проходить через її діагональ, є ромб з гострим кутом α. Знайдіть об'єм призми, якщо її діагональ рівна d.

7. Три ребра паралелепіпеда, що виходять з однієї вершини, рівні a, b і c. Перші два ребра взаємно перпендикулярні, а третє утворює з кожним з них гострий кут α. Знайдіть об'єм паралелепіпеда.

8. Основою похилої призми служить прямокутник із сторонами a і b. Дві суміжні бічні грані утворюють з основою гострі кути, рівні α і β відповідно. Знайдіть об'єм призми, якщо бічне ребро рівне c.

9. Основа піраміди -квадрат із стороною a. Лінійні кутидвогранних кутів при основі пропорційні числам 2, 3, 5 і 3. Знайдіть об'єм піраміди.

10. Основа піраміди NABCD -квадрат. Ребро ND перпендикулярне основі і рівне h. Двогранний кут при ребрі NB рівний β. Знайдіть об'єм піраміди.

11. У конус вписана сфера. Площа сфери складає $\frac{2}{3}$площі бічної поверхні конуса. Знайдіть твірну конуса, якщо радіус його основи рівний R.

12. Біля кулі радіусу r описаний конус, об'єм якого в два рази більше об'єму кулі. Знайдіть висоту конуса.

13. У конус вписана куля. Доведіть, що відношення площі повної поверхні конуса до площі поверхні кулі дорівнює відношенню їх об'ємів.

14. У конус вписана куля, площа поверхні якого рівна площі основи конуса. Яку частину об'єму конуса складає об'єм кулі?

15. У конус вписана куля і через їх лінію торкання проведена площина. Знайдіть відношення об'єму відсіченого конуса до об'єму даного, якщо кут при вершині осьового перерізу конуса дорівнює 2α.

16. У сферу радіусу R вписаний зрізаний конус, твірна якого рівна $R\sqrt{2}$, а кут нахилу її до площини нижньої основи рівний α. Знайдіть площу повної поверхні зрізаного конуса.

17. У сферу радіусу R вписаний зрізаний конус, твірна якого утворює з площиною основи кут β. Кут між діагоналями у осьовому перерізі конуса, нахилений до основи, рівний α. Знайдіть площу осьового перерізу конуса.

Підсумковий тест

ВАРІАНТ 1

Початковий рівень

1. Яке з наступних тверджень вірне?

а) будь-які чотири точки лежать в одній площині;

б) будь-які три точки не лежать в одній площині;

в) через будь-які три точки проходить площина;

г) через будь-які три точки проходить площина, і притому тільки одна.

2. Скільки спільних точок можуть мати дві різні площини?

а) 2;

б) 3;

в) нескінченно багато;

г) нескінченно багато або жодної.

3. Скільки ребер у шестикутної призми?

а) 18;

б) 6;

в) 24;

г) 12.

Середній рівень

1. Яке найменше число граней може мати призма?

а) 3;

б) 4;

в) 5;

г) 6.

2. Укажіть рівняння площини, якій належить точка A(a, 0, b), якщо $ab \neq 0$.

а) x=0;

б) y=a;

в) y=0;

г) y=b.

3. Дано площину π і точку M. Скільки існує різних площин, які проходять через точку M перпендикулярно до площини π.

а) одна;

б) одна або безліч;

в) жодної;

г) безліч.

4. В просторі дано три точки: A, B, C такі, що AB=14 см, BC=16 см, AC=18 см. Знайти площу трикутника ABC.

а) $32\sqrt{3}$ см^2;

б) $48\sqrt{5}$ см^2;

в) $36\sqrt{2}$ см^2;

г) $54\sqrt{3}$ см^2.

Достатній рівень

1. Площина α перетинає сторони AB і BC трикутника ABC в точках D і E відповідно, причому AC II α. Знайти AC, якщо BD:AD=3:4 і DE=10 см.

а) 12,5 см;

б) 7,5 см;

в) 24 см;

г) $23\frac{1}{3}$ см.

2. ABCD – квадрат, BM$\perp$(ABC). Знайти відрізок DM, якщо AB=$\sqrt{12}$ см, а BM=5 см.

а) 6 см;

б) 7 см;

в) $6\sqrt{2}$ см;

г) $5\sqrt{3}$см.

3. Знайти площу трикутника ABC, якщо A(3; 0; 0), B(0; −4; 0), C(0; 0; −1).

а) 4;

б) 12;

в) 6,5;

г) 8.

4. Площа діагонального перерізу куба дорівнює $8\sqrt{2}$ см^2. Знайти площу поверхні куба.

а) $36\sqrt{2}$ см^2;

б) $24\sqrt{3}$ см^2;

в) 36 см^2;

г) 48 см^2.

5. Діагональ куба дорівнює 12 см. Знайти об'єм куба.

а) $144\sqrt{3}$см^3;

б) 216 см^3;

в) $192\sqrt{3}$ см^3;

г) $216\sqrt{2}$ см^3.

6. В трикутній піраміді MABC всі ребра рівні 6 см. Знайти периметр перерізу, проведеного паралельно стороні BC і який проходить через точки A і K, де K – середина BM.

а) $(4\sqrt{3}+3)$ см;

б) $6\sqrt{3}$ см;

в) $(6\sqrt{3}+1)$ см;

г) $3(2\sqrt{3}+1)$ см.

Високий рівень

1. В трикутній піраміді МАВС всі ребра рівні 6 см. Знайти периметр перерізу, проведеного паралельно стороні ВС і який проходить через точки А і К, де К – середина ВМ.

а) $(4\sqrt{3}+3)$ см;

б) $6\sqrt{3}$ см;

в) $(6\sqrt{3}+1)$ см;

г) <u>$3(2\sqrt{3}+1)$ см.</u>

2. ABCD – квадрат. Точка М віддалена від сторін квадрата на $3\sqrt{2}$ см. Знайти периметр квадрата, якщо точка М віддалена від площини (АВС) на $\sqrt{2}$ см.

а) <u>32 см;</u>

б) 16 см;

в) $16\sqrt{2}$ см;

г) $12\sqrt{3}$ см.

3. При паралельному перенесенні точка М(-3;2;-5) переходить в точку M_1(1;-3;-2). Знайти суму координат точки K_1, в яку при цьому паралельному перенесенні переходить точка К(1;-2;-5).

а) 1;

б) <u>-4;</u>

в) -2;

г) 3.

4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$– прямокутний паралелепіпед. Причому АВ=a см, ВС=2a см, ВВ1=4a см. Через точки А, B_1 і С проведена площина. Знайти тангенс кута між лощинами AB_1C і АВС.

а) $\frac{\sqrt{5}}{2}$;

б) <u>$2\sqrt{5}$;</u>

в) $2\sqrt{3}$;

г) $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

5. Сторони основ правильної зрізаної чотирикутної піраміди дорівнюють 6 см і 8 см. Знайти площу діагонального перерізу, якщо бічне ребро з більшою основою утворює кут 60°.

а) $9\sqrt{3}$ см^2;

б) 15см^2;

в) $14\sqrt{2}$см^2;

г) $\underline{14\sqrt{3}\text{ см}^2}$.

6. Чавунне ядро радіусом 1 дм переплавили в рівновеликий конус, твірна якого $\sqrt{6}$дм. Знайти висоту конуса, якщо вона не менша за 1 дм.

а) 1,5 дм;

б) $\sqrt{3}$дм;

в) 2 дм;

г) $2\sqrt{3}$дм.

ВАРІАНТ 2

Початковий рівень

1. Виберіть вірне твердження.

а) Якщо одна точка прямої лежить в площині, то усі точки прямої лежать в цій площині;

б) через пряму і точку, що не лежить на ній, проходить площина, і притому тільки одна;

в) через дві пересічні прямі площину провести не можна;

г) будь-які дві площини не мають спільних точок.

2. Точки A, B, C лежать на одній прямій, точка D не лежить на ній. Через кожні три точки проведена одна площина. Скільки різних площин при цьому вийшло?

а) 2;

б) 3;

в) 1;

г) нескінченно багато.

3. Скільки граней у шестикутної призми?

а) 6;

б) 8;

в) 10;

г) 12.

Середній рівень

1. Яке найменше число ребер може мати призма?

г) 9;

д) 8;

е) 7;

ж) 6.

2.Укажіть рівняння площини, якій належить точка A(0, a, b), якщо $ab \neq 0$.

а) x=0;

б) y=a;

в) y=0;

г) y=b.

3. Дано площину π і пряму a. Скільки існує різних площин, які містять пряму a і перпендикулярні до площини π.

а) одна;

б) одна або безліч;

в) жодної;

г) жодної або безліч.

4. В просторі дано три точки: M, K, P такі, що MK=13 см, MP=14 см, KP=15 см. Знайти площу трикутника MKP.

а) 42 см^2;

б) $42\sqrt{2}$ см^2;

в) <u>84 см^2;</u>

г) $42\sqrt{3}$ см^2.

Достатній рівень

1. Площина β перетинає сторони MP і KP трикутника MPK в точках N і E відповідно, причому MK II β. Знайти NE, якщо MN:NP=3:5 і MK=12 см.

а) $8\frac{1}{3}$ см;

б) 9 см;

в) <u>7,5 см</u>;

г) 8,5 см.

2. CDEK – квадрат зі стороною 2 см, B$\perp$(CDE). Знайти відстань від точки B до площини CDE, якщо BK=$\sqrt{72}$ см.

а) $8\sqrt{2}$ см;

б) 6 см;

в) <u>8 см;</u>

г) $6\sqrt{3}$ см.

3. Знайти площу трикутника MNT, якщо M(−6; 0; 0), N(0; 8; 0), T(0; 0; 2).

а) 24;

б) 36;

в) 25;

г) <u>26.</u>

4. Площа поверхні куба дорівнює $18\sqrt{2}$ см^2. Знайти площу діагонального перерізу куба.

а) $4\sqrt{6}$ см^2;

б) <u>6 см^2;</u>

в) $6\sqrt{2}$ см^2;

г) 8 см^2.

5. Діагональ куба дорівнює 15 см. Знайти об'єм куба.

а) $225\sqrt{3}$см^3;

б) <u>$375\sqrt{3}$ см^3;</u>

в) $625\sqrt{2}$ см^3;

г) 450 см^3.

6.В трикутній піраміді SMEF всі ребра рівні 4 см. Знайти периметр перерізу, проведеного паралельно ребру MF і який проходить через точки E і P, де P – середина SF.

а) $3(3\sqrt{2}+2)$ см;

б) $6(3\sqrt{2}+1)$см;

в) <u>$2(2\sqrt{3}+1)$ см</u>;

г) $6\sqrt{3}$ см.

Високий рівень

1. В трикутній піраміді SMEF всі ребра рівні 4 см. Знайти периметр перерізу, проведеного паралельно ребру MF і який проходить через точки E і P, де P – середина SF.

д) $3(3\sqrt{2}+2)$ см;

е) $6(3\sqrt{2}+1)$см;

ж) <u>$2(2\sqrt{3}+1)$ см</u>;

з) $6\sqrt{3}$ см.

2. ABCD – квадрат з периметром рівним $16\sqrt{3}$ см. Точка E віддалена від сторін квадрата на 4 см. Знайти відстань від точки E до площини (ABC), якщо точка M віддалена від площини (ABC).

а) $2\sqrt{3}$ см;

б) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ см;

в) $2\sqrt{2}$ см;

г) <u>2 см.</u>

3. При паралельному перенесенні точка A(-2;3;5) переходить в точку A1(1;-1;2). Знайти суму координат точки B1, в яку при цьому паралельному перенесенні переходить точка B(-4;-3;1).

а) -8;

б) <u>-10;</u>

в) 6;

г) 4.

4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$– прямокутний паралелепіпед. Причому CD=a см, BC=3a см, CC_1=6a см. Через точки A, B_1 і C проведена площина. Знайти тангенс кута між лощинами BC_1D і ABC.

а) $4\sqrt{3}$;

б) <u>$2\sqrt{10}$;</u>

в) $3\sqrt{6}$;

г) $\sqrt{3}$.

5. Сторони основ правильної зрізаної чотирикутної піраміди дорівнюють 4 см і 6 см. Знайти площу діагонального перерізу, якщо бічне ребро з більшою основою утворює кут 45°.

а) 12 см^2;

б) $6\sqrt{3}$см^2;

в) $8\sqrt{2}$см^2;

г) 10 см^2.

6. Алюмінієву кулю об'ємом 36π см^3 переплавили в рівновеликий конус, твірна якого $3\sqrt{5}$см. Знайти висоту конуса, якщо вона не більша за 4 см.

а) 2,5 см;

б) $\sqrt{10}$см;

в) 3 см;

г) $2\sqrt{3}$см.

ВИСНОВКИ

Однією із важливих задач освітніх закладів є формування в учнів уміння самостійно поповнювати знання, орієнтуватися в науковій і політичній інформації, оволодіння учнями не простою сумоюзнань, а їх системою. Слідз ауважити, що яким би повним не було пояснення вчителя, майже завжди може зникнути з поля зору який-небудь факт, деталь, приклад, використання яких при узагальнюючому повторенні міцніше закріпило б в пам'яті учнів вивчений матеріал.

Повторення, узагальнення і систематизація навчального матеріалу з стереометрії здійснюється у всій системі навчального процесу: при актуалізації знань — на етапі підготовки і вивчення нового матеріалу, при формуванні вчителем нових понять, при закріпленні вивченого раніше, при організації самостійних робіт різних видів, при перевірці знань учнів.

Оскільки організація узагальнюючого повторення є складним процесом, тому на таких уроках доцільно використовувати опорні схеми, таблиці, рисункикомп'ютер, сучасні інформаційні технології.

Використання комп'ютера на уроці дає учням можливість не зосереджуватись на виконанні технічних операцій, а думати, аналізувати, співставляти, а всю технічну роботу виконати за допомогою комп'ютера.Перевіреними засобами для ефективного процесу засвоєння знань є опорні схеми, таблиці, рисунки.

Контроль і оцінка знань, умінь і навичок учнів – є невід’ємним структурним компонентом навчального процесу. Процес навчання є системою із внутрішніми взаємозв’язками між їх компонентами. Компоненти цієї системи є діючими, залежними один від одного, дія одного обумовлює функцію іншого, оскільки вони знаходяться в складних взаємовідношеннях. При опитуванні та оцінюванні знань вчитель звертає увагу і на те, як учень вміє стисло і чітко висловити свою думку , вміє вказати ідею доведення, розкрити суть найважливіших посилок тощо. Робота з використанням цих засобів допомагає у цьому. Враховуючи це, виникає потреба у підготовці таких дидактичних матеріалів.

Навчальною програмою з математики для учнів загальноосвітніх навчальних закладів, академічний рівень, для повторення, систематизації та узагальнення вивченого матеріалу в 10 - 11класах передбачено по 8 годин. При тому після вивчення кожної теми відводиться по одній годині для закріплення отриманих знань і вмінь.

Для кращої підготовки учнів до виконання завдань зовнішнього незалежного оцінювання з математики доцільно провести систематизацію та узагальнення теоретичного матеріалу, передбаченого програмою з математики для ЗНО, та методів розв’язування основних типів завдань.

Зауважимо, що і теоретичний матеріал, і методи розв’язування задач стереометрії є спільними, як для тих завдань, які пропонуються в ЗНО з математики, так і для завдань державної підсумкової атестації (ДПА) з математики. Тому підготовка до розв’язування завдань ЗНО і ДПА повинна бути єдиною, що слугує підсумковому повторенню.

Отже, повторення, узагальнення і систематизація невід'ємні компоненти розумової діяльності, яка лежить в основі встановлення істотних взаємозв'язків між явищами, які вивчаються.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аракелян О.А. Некоторые вопросы повторения геометрії в средней школе. – М.: Учпедгиз, 1960. – 35с.

2. Бескин Н.М. Методика геометрии: Учебник для педагогических институтов. – М.: Учпедгиз, 1947. – С.60-68.

3. Бевз Г.П. Геометрія 7-9: Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Вежа, 2001. – С.82-90.

4. БевзГ.П., БевзВ.Г., ВладіміроваН.Г. Геометрія: Підруч. для 10 – 11 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – К.: Вежа, 2002. – 224 с.

5. Вареник Л.О. Деякі форми контролю на уроці математики//Математика в школах України. – Черкаси: Основа, 2007. – Випуск №2(158). – С.35.

6. Глаголев Н.А. Элементарная геометрия (стереометрия). – М.: Учпедгиз, 1954. – 128 с.

7. Заховайко В.В. Об'єм піраміди. //Математика в школах України. – Єнакієве: Основа, 2007. – Випуск №4(160). – С.27.

8. Эрдниев П.М. Обучать математике активно, творчески, экономно. – М.: Народное образование, 1962. – С.102-110.

9. Эрдниев П.М. Сравнение и обобщение при обучении математике. – М.: Учпедгиз, 1960. –58с.

10. Иржавцева В.П., Федченко Л.Я. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: Пособие для учителя / Под ред. Н.Л. Коломинского - Киев: Рад. школа, - 1988. - 205 с.

11. КиселевА.П.. Элементарная геометрия. – М.: Просвещение, 1980. – 286 с.

12. Колягин Ю.М. и др. Методика преподавания геометрії в средней школе: Общая методика. – М.: Просвещение, 1980. – 90с.

13. Математика 5-11 кл.: Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. – К.: Шкільний світ, 2012. – С.28-31.

14. Погорєлов О.В. Геометрія: Підручник для 10-11 класів. – К.: Освіта, 2001. – 240с.

15. Підручна М.В.Використання опорних схем при вивченні геометрії. – 2008.

16. ШарыгинИ.Ф.. Геометрия 10 – 11. – М.: Дрофа, 1999. – 208 с.

ДОДАТОК А

Урок №1

Тема : «Основні поняття стереометрії. Аксіоми та наслідки стереометрії»

Мета : систематизувати та узагальнити знання, уміння і навички учнів з теми“Основні поняття стереометрії. Аксіоми та наслідки стереометрії”; розвивати вміння працювати в команді; виховувати етику і культуру спілкування.

Тип уроку : узагальнення та систематизація.

Обладнання : таблиця, роздатковий матеріал.

ПЛАН УРОКУ

№п/п	Назва етапу уроку	Час,
1.	Організаційний момент	1
2.	Аналіз контрольної роботи	10
3.	Систематизація і узагальнення знаньучнів	12
4.	Систематизація та узагальненняумінь і навичок учнів з теми.	18
5.	Підсумок уроку	2
6.	Домашнє завдання	2

ХІД УРОКУ

I. Організаційний момент (привітання)

II. Аналіз контрольної роботи

1. Повідомлення статистичних даних.

2. Учні, які виконали роботу без помилок одержують індивідуальнізавдання підвищеної трудності.

3. Учитель роз'яснює помилки, які були допущені в контрольній роботі, іпропонує учням розв'язати аналогічні вправи.

III. Систематизація і узагальнення знань учнів з теми: **“ Основні поняття стереометрії. Аксіоми та наслідки стереометрії”**

1. Повідомлення епіграфу до теми “**Узагальнення — це мабуть, найлегший і найочевидніший шлях розширення математичних знань”**

В.Сойер

Пропоную учням розгадати кросворд, який підкаже, до якого розділу геометрії вони переходять у повторенні. У виділеному стовпчику учні читають: *«Стереометрія»*.

							1	***с***	*е*	*к*	*т*	*о*	*р*		
			2	*к*	*а*	*т*	*е*	***т***							
		3	*п*	*е*	*р*	*и*	*м*	***е***	*т*	*р*					
							4	***р***	*о*	*м*	*б*				
						5	*г*	***е***	*о*	*м*	*е*	*т*	*р*	*і*	*я*
			6	*а*	*к*	*с*	*і*	***о***	*м*	*а*					
					7	*с*	*у*	***м***	*а*						
						8	*в*	***е***	*к*	*т*	*о*	*р*			
					9	*к*	*у*	***т***							
						10	*т*	***р***	*и*	*к*	*у*	*т*	*н*	*и*	*к*
						11	*д*	***і***	*а*	*м*	*е*	*т*	*р*		
12	*т*	*р*	*а*	*п*	*е*	*ц*	*і*	***я***							

1. Частина круга, яка лежить у середині відповідного центрального кута. (сектор).
2. Сторона прилегла до прямого кута прямокутного трикутника (катет).
3. Сума всіх сторін многокутника (периметр).
4. Паралелограм, у якого всі сторони рівні (ромб).
5. Наука про властивості геометричних фігур (геометрія).
6. Твердження, яке приймається без доведення (аксіома).
7. Результат арифметичних дій (сума).
8. Напрямлений відрізок (вектор).

9. Фігура, що складається з точки і двох різних прямих, що виходять із цієї точки(кут).

10. Фігура,що складається з трьох точок, що не лежать на одній прямій і трьох відрізків, які попарно сполучають ці точки (трикутник).

11. Хорда, що проходить через центр кола (діаметр).

12. Чотирикутник,у якого три сторони паралельні, а дві інше ні (трапеція).

Виступ команди за планом, записаним на дошці .

План

1. Яка структура геометрії?
2. Що таке стереометрія?
3. Які основні(найпростіші) фігури в просторі?
4. Сформулюйте аксіоми групи С.
5. Взаємне розміщення двох прямих.
6. Взаємне розміщення двох площин.
7. Взаємне розміщення прямої і площини..

IV. Систематизація і узагальнення умінь та навичок учнів

Виконання вправ

<u>Задача 1</u>. (усно). Пряма a паралельна лінії перетину площин α і β. Як розміщена пряма a відносно площин α і β?

<u>Розв’язання.</u> За ознакою паралельності прямої та площини пряма a паралельна кожний з цих площин.

<u>Задача 2.</u> Точки M і N – середини сторін AB і BC трикутника ABC. Яким може бути взаємне розміщення прямої MN і площини α, що проходить через сторону AC?

<u>Розв’язання</u>. Оскільки M і N - середини сторін AB і BC трикутника ABC, то MN – середня лінія, паралельна стороні AC трикутника. Отже можливі 2 випадки:

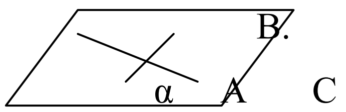
1) прямі MN і AC лежать у площині α;

2) пряма MN не лежить у площині α і паралельна прямій AC, що лежить у площині α, тобто пряма MN II α.

Задача 3. Доведіть, що через три точки, які не лежать на одній прямій, можна провести площину.

Доведення.

Нехай A,B,C – три дані точки, які не лежать на одній прямій.



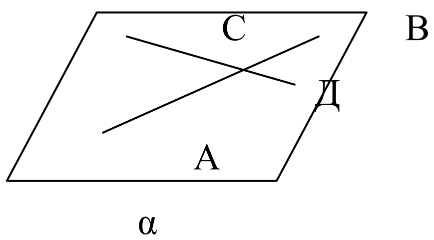
Проведемо прямі AB і AC: вони різні, бо точки A,B,C не лежать на одній прямій. За аксіомою стереометрії через прямі AB і AC, які перетикаються, можна провести площину α т.д.

Задача 4. Прямі AB не лежать в одній площині. Доведіть, що прямі AC і ВД не можуть перетинатися.

Доведення. Якщо припустити, що прямі AC і ВД перетинаються, то вони лежать у деякій площини. тоді всі точки A,B,C,Д лежать у цій площині, а отже прямі

AB і СД лежать в одній площині, що суперечить умові. Таким чином, прямі AC і ВД не можуть перепинатися.

Задача 5. Дано:AB, C не належить AB. Доведіть: пряма AB і точка C лежать у площині α



Доведення.

Візьмемо точку Д, яка лежить на прямій АВ. Проведемо пряму СД. Через прями АВ і СД, які перетинаються, проводимо площину α. Що і треба було довести.

V. Підсумок уроку

Зверніть увагу на плакат зі сходинками.

На початку уроку ми були на першій сходинці. Розташуйте себе нас-ходинках.

Я зможу Я вмію Я знаю

VI. ***Домашнє завдання***

Закріпити матеріал теми, що повторили. Підготувати виступ щодо теми «Паралельність прямих і площин у просторі»

Урок 2.

Тема: Паралельність прямих і площин у просторі.

Мета: систематизація та узагальнення знань, умінь і навичокучнів; розвивати пам'ять, логічне мислення; виховувати увагу, самостійність.

Тип уроку: узагальнення та систематизації

Обладнання: таблиця, копіювальний папір, листочки**.**

ПЛАН УРОКУ

№п/п	Назва етапу уроку	Час,хв.
1	Організаційний момент	1
2	Перевірка домашнього завдання	10
3	Систематизація та узгальненнязнань учнів	12
4	Систематизація та узагальненняумінь і навичок учнів з теми	19
5	Підсумок уроку	1
6	Домашнє завдання	2

ХІД УРОКУ

І. Організаційний момент.

Привітання. Нагадування епіграфу до теми.

ІІ. Перевірка домашнього завдання

1) Учні міняються зошитами і звіряють розв'язання з записами на дошці.

По закінченню роботи запис під копірку здається і виконується самоперевірка результатів роботи.

ІІІ. Систематизація та узагальнення знань, умінь і навичок учнів з теми**"Паралельність прямих і площин у просторі".**

Друга команда розповідає про основні теоретичні матеріали з цієї теми,наводить приклади.На дошці записаний план виступу.

1. Які прямі в просторі називаються паралельними, мимобіжними?
2. Сформулюйте ознаку паралельності прямих.
3. Сформулюйте ознаку мимобіжних прямих.

4. Що означає: пряма і площина паралельні?

5. Які площини називаються паралельними?

6. Назвіть випадки взаємного розміщення прямої і площини.

7. Дайте означення паралельності прямої і площини.

8. Сформулюйте ознаку паралельності прямої і площини.

9. Сформулюйте властивість прямої, паралельної площині.

IV. ***Узагальнення та систематизація умінь і навичок учнів з теми***

1. Доведіть, що паралельні площини перетинаються січною площиною по паралельних прямих.

Доведення

Нехай площина у перетинає паралельні площини αі β по прямих *a* і*b*(рис. 240). Доведемо, що $a \parallel b$.

Припустимо, що прямі *a* і *b*мають спільну точку, тоді ця точка — спільна і для площин αі β. Але цього не може бути, бо дані площини αі β паралельні. Отже, прямі *a* і *b*не можуть перетинатися, а оскільки вони лежать в одній площині у, то $a \parallel b$.

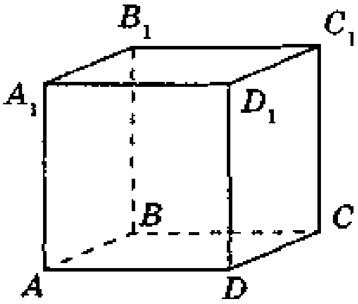


Рис. 239

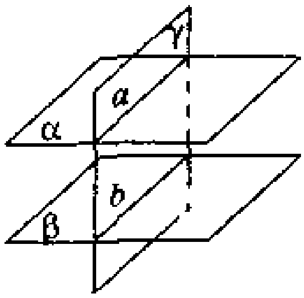


Рис. 240

2. Побудуйте зображення прямокутного паралелепіпеда$ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть:

а)грані, які перпендикулярні до ребра AA_1; AB; B_1C_1;

б)ребра, перпендикулярні до грані DCC_1D_1.

3. Укажіть, які з наведених тверджень є правильними, а які — неправильні.

1) Пряма перпендикулярна до площини, якщо вона перпендикулярна до двох різних прямих цієї площини.

2) Дві прямі, перпендикулярні до однієї і тієї самої прямої, паралельні.

4. Як на практиці можна перевірити вертикальність установленого стовпа?

5. Як за допомогою рівня можна перевірити горизонтальність установленої підставки для приладу?

6. Кінці відрізка, який не перетинає площину, віддалені від неї на 10 см і 20 см. Знайдіть відстань від площини до середини відрізка.

7. Ребро куба дорівнює *a.* Знайдіть відстань від однієї із вершин куба до інших його вершин.

V. ***Підсумок уроку.***

VI.Домашнє завдання.

1. Вивчити матеріал про перпендикулярність прямих і площин у просторі.

2. Розв'язати задачі.

1) Виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 1 см, 2 см, 2 см. Знайдіть відстань від однієї із вершин прямокутного паралелепіпеда до інших його вершин.

2) Доведіть, що паралельні площини відтинають від паралельних прямих рівні відрізки.

Урок №3

Тема: **Перпендикулярність прямих і площин у просторі**

Мета: систематизація та узагальнення знань, умінь і навичок учнів з теми «**Перпендикулярність прямих і площин у просторі»**;розвивати пізнавальний інтерес; культуру мислення;виховувати культуру спілкування.

Тип: комбінований

Обладнання: Таблиця, роздатковий матеріал

План уроку

№п/п	Назва етапу уроку	Час,хв.
1	Організаційний момент	1
2	Перевірка домашнього завдання	10
3	Систематизація та узгальненнязнань учнів	12
4	Систематизація та узагальненняумінь і навичок учнів з теми	19
5	Підсумок уроку	1
6	Домашнє завдання	2

Хід уроку

I Організаційний момент

1) Привітання

2) Перш ніж виконувати завдання, оціни власне почуття впевненості за так званою *«шкалою впевненості»* :зовсім не впевнений-1-10-20-30-40-50-60-70-80-90-100-абсолютно впевнений

II Перевірка домашнього завдання

а) Учні-консультанти до уроку перевіряють наявність (за зразком) і правильність виконаннядомашнього завдання.

б) Тестова робота

1. Якщо пряма, яка не належить площині, паралельна деякій прямій цієї площини, то вона …

А	Б	В
Перетинає площину	Паралельна площині	Належить площині

2.Якщо пряма не належить площині й паралельна до неї, то вона …

А	**Б**	**В**
Паралельна деяким прямим цієї площини	Перетинає цю площину	Паралельна всім прямим цієї площини

3. Пряма *а* паралельна до площини γ. Будь-яка площина β, яка містить пряму *а*, …

А	**Б**	**В**
Паралельна до площини γ	Перетинає площину γ	Паралельна до площини γ або перетинає площину γ

4. Середня лінія MK трапеції ABCD лежить у площині γ, а її основа AD не лежить у ній. Як розміщена пряма AD відносно площини γ?

А	**Б**	**В**
Паралельна площині	Мимобіжна	Перетинає площину

5. Одна із сторін паралелограма паралельна до площини β. Як розміщені відносно площини β інші сторони паралелограма?

А	**Б**	**В**
Паралельні цій площині	Перетинають площину	Перетинають площину або паралельні їй

6. Пряма і площина в просторі можуть …

А	**Б**	**В**
Мати одну спільну точку або жодної	Безліч спільних точок або одну	Інша відповідь

7. Відомо, що пряма *а* паралельна площині β , а пряма *в* лежить у площині β. Як розміщені прямі *а* і *в*?

А	**Б**	**В**
Паралельні	Паралельні або мимобіжні	Перетинаються або мимобіжні

8. Скільки існує площин, що проходять через дану точку і паралельні даній прямій?

А	**Б**	**В**
Безліч	Одна	Безліч або жодної

9. Пряма *а* паралельна прямій *в*, а пряма *в* паралельна площині γ. Як розміщені пряма *а* і площина γ?

А	**Б**	**В**
Паралельні або перетинаються	Паралельні	Інша відповідь

10. Відомо, що прямі *а* і *в* паралельні площині β. Як розміщені прямі *а* і *в*?

А	**Б**	**В**
Паралельні	По-різному	Перетинаються

III Систематизація та узагальнення знань

Виступ учнів третьої команди зі своєю презентацією за планом (див. конспекти в додатку 3).

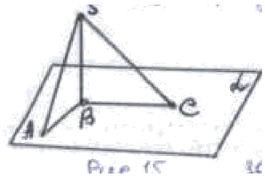
План

1. Кут між прямими, що перетинаються.
2. Перпендикулярність прямої і площини.
3. Перпендикуляр і похила.
4. Зв'язок між паралельністю і перпендикулярністю прямих і площин.
5. Перпендикуляр і похила.
6. Відстані у просторі.

IV Систематизація та узагальнення.

Колективне розв'язання вправ

1. Прямі АВ, АС і АД попарно перпендикулярні. Знайдіть відрізок СД, якщо: АВ= 3 см, ВС=7 см, АД=1,5 см.



Розв'язання.

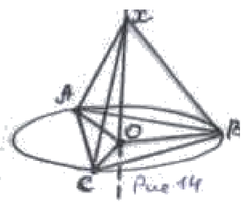
1. Розглянемо трикутник ABC. У ньому AB $\perp$ AC (за умовою, AB=3см, BC=7см. За теоремою Піфагора $AC_2=BC_2-AB_2$=49-9=40см. AC= $\sqrt{40}$.

2. Розглянемо трикутник АДС. У ньому АД$\perp$АС (за умовою АД=1,5см). За теоремою Піфагора: $ДС_2= АС_2+АД_2$= 40+ 2,25= 42,25см, ДС=6,5см.

Відповідь: 6,5см.

2. Через центр описаного навколо трикутника кола проведено пряму, перпендикулярну до площини трикутника. Доведіть, що кожна точка цієї прямої рівновіддалена від вершин трикутника.

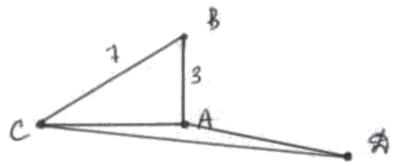
Розв'язання.



Розглянемо Δ АОХ, ВОХ, СОХ. У них ХО - спільна, АОХ=<ВОХ=<СОХ=90. (за умовою), АО=ВО=СО=R-радіус описаного навколо ΔАВС кола. Отже трикутники рівні, тоді АХ=ВХ=СХ, що і треба було довести.

3. З точки до площини проведено дві похилі, довжина яких відносяться як 5:6. Знайдіть відстань від цієї точки до площини, якщо проекції похилих дорівнюють 4см і 3$\sqrt{3}$см.

Розв'язання.



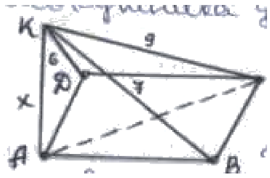
За умовою AB=4см, BC= 3$\sqrt{3}$см, AS:SC= 5:6. Нехай коефіцієнт пропорційності дорівнює x, тоді AS = 5x, SC=6x. Розглянемо Δ SBA ($<SBA = 90^o$). За теоремою Піфагора: $SB^2 = AS^2-AB^2$ =25x-16. Розглядемо ΔSBC ($<SBC= 90^o$). За теоремою Піфагора: $SB^2 = CS^2-CD^2$=36x-27. Отже, $AS^2-AB^2 = CS^2- CB^2$, $25x^2 – 16 = 36x^2 - 27$, $11x^2 =11$; $x^2 =1$; x =1 і x = -1 (не задовольняє умову задачі). Тоді AS = 5,

$SB^2 = AS^2 - AB^2 = 25 - 16 = 9$, $SB=3$.

Відповідь: 3 см.

4. Через вершину А прямокутника АВСД проведено пряму АК, перпендикулярну до його площини. Відстані – від точки К до решти вершин прямокутника дорівнюють 6м,7м і 9м. Знайдіть відрізок АК.

Розв'язання.



Найбільша з похилих - КС, бо вона має найбільшу проекцію – діагональ АС прямокутника АВСД. Отже, КС = 9м; нехай КВ = 7м, КД = 6м, АК = Хм.

У ΔАДК <КАД = 90°. За теоремою Піфагора: $АД^2 = КД^2 - АК^2 = 36 - x^2$. У ΔАВК <КАВ = 90°. За теоремою Піфагора: $АВ^2 = КВ^2 - АВ^2 = 49 - x^2$.

У ΔАДВ <ВАД = 90°. За теоремою Піфагора: $ВД^2 = АД^2 + АВ^2 = 36 - x^2 + 49 - x^2 = 85 - 2x^2$. У ΔАСК <КАС = 90°. За теоремою Піфагора: $КС^2 = АС^2 + АК^2$; $81 = 85 - 2x^2 + x^2$, $x^2 = 4$; $x = -2$ (не задовольняє умову задачі). $x = 2$.

Відповідь: 2м.

V Підсумок уроку.

VI Домашнє завдання

Повторити все про рівняння, нерівності, системи нерівностей.

1. Виміри прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 1см, 2см, 2см. Знайдіть відстань від однієї із вершин прямокутного паралелепіпеда до інших його вершин?

2. Через вершину А прямокутника АВСД проведено пряму АК, перпендикулярну до його площини. Відстані – від точки К до решти вершин прямокутника дорівнюють 6м,7м і 9м. Знайдіть відрізок АК.

Урок №4

Тема: **Декартові координати і вектори у просторі.**

Мета: систематизувати та узагальнити знання, уміння і навички учнів з теми«Декартові координати і вектори у просторі»; розвивати увагу,спостережливість; виховувати пізнавальний інтерес та терпіння.

Тип: Урок узагальнення та систематизації знань, умінь, навичок.

Обладнання: таблиця

План уроку

№п/п	Назва етапу уроку	Час,хв.
1	Організаційний момент	1
2	Перевірка домашнього завдання	10
	Систематизація та узгальненнязнань учнів	12
4	Систематизація та узагальненняумінь і навичок учнів з теми	19
5	Підсумок уроку	1
6	Домашнє завдання	2

Хід уроку

І Організаційний момент.

1) Привітання

ІІ Перевірка домашнього завдання.

1) Учні-консультанти перевіряють наявність виконаних завдань, а вчитель відповідає назапитання учнів, які виникли при розв'язуванні домашніх вправ

2) Тестова робота

1. Скільки прямих, перпендикулярних до даної прямої, можна провести через точку на прямій у просторі?

А	Б	В
Одну	Безліч	Жодної

2. Кут між двома прямими, які перетинаються може бути …

А	Б	В

Гострим, прямим	Тупим	Будь-яким

3. Тільки одна з двох прямих перпендикулярна до площини β, тоді ці прямі…

А	Б	В
Паралельні	Мимобіжні	Їхнє розміщення в просторі довільне

4. Якщо пряма, перпендикулярна до однієї з двох паралельних площин, то вона

А	Б	В
Паралельна цій площині	Перпендикулярна і до другої	Належить цій площині

5. Чи вірно, що пряма у просторі, яка проходить через точку кола і перпендикулярна до його радіуса, який проведено через цю точку, є дотичною до кола?

А	Б	В
Так, завжди	Інколи, при певній умові	Ні, ніколи

ІІІ. Систематизація та узагальнення знань учнів.

Виступ команди з презентацією теми «Декартові координати і вектори у просторі».

План виступу.

1. Означення декартових координат у просторі.
2. Координати середини відрізка.
3. Відстань між двома точками.
4. Рівняння сфери .
5. Вектор, його координати, абсолютна величина, рівні вектори.
6. Додавання та віднімання векторів.
7. Множення вектора на число.
8. Скалярний добуток векторів.

ІІІ. Систематизація і узагальнення умінь і навичок з теми .

1. Чи належить точка М (3;2;-1) сфері, рівняння якої $x^2+y^2+z^2-2X+4y-6Z-2=0$?

Розв’язання :

Точка М (3;2;-1) x =3; y = 2; z =-1.

Підставимо дані координати в рівняння сфери :

$$\tilde{o}^2+\acute{o}^2+z^2-2\tilde{o}+4\acute{o}-6z-2=0$$
$$3^3+2^2+(-1)^2-2*3+4*2-6(-1)-2=0$$
$$9+4+1-6+8+6-2=0.$$

$20\neq 0$. Тому точка М (3;2;-1) не належить даній сфері.

2. Знайти модуль суми та різниці векторів : $\bar{a}(4;1;5)^{3}\bar{\hat{a}}(3;5;-1)$.

Розв’язання:

$$\bar{a}+\bar{в}=(\overline{4+3;1-5;5-(-1)})=(\overline{7;6;4})$$
$$\bar{a}-\bar{в}=(\overline{4-3;1-5;5-(-1)})=(\overline{1;-4;6})$$

Знайдемо модуль суми і різниці даних векторів за формулою:

$$\left|\bar{\grave{a}}\right|=\sqrt{\grave{a}_1^2+\grave{a}_2^2+\grave{a}_3^2}$$

$$\left|\bar{\grave{a}}+\bar{\hat{a}}\right|=\sqrt{7^2+6^2+4^2}=\sqrt{49+36+16}=\sqrt{101}$$

$$\left|\bar{\grave{a}}-\bar{\hat{a}}\right|=\sqrt{1^2+(-4)^2+6^2}=\sqrt{1+16+36}=\sqrt{53}$$

Відповідь : $\left|\bar{\grave{a}}+\bar{\hat{a}}\right|=\sqrt{101};\left|\bar{\grave{a}}-\bar{\hat{a}}\right|=\sqrt{53};$

3. Обчисліть довжину вектора $2\bar{a}+3\bar{в},\ якщо\bar{a}(1;1;-1),\bar{в}(2;0;0)$.

Розв’язання :

Знайдемо вектори $2\bar{\grave{a}}=(\overline{2\times 1;2\times 1;2\times(-1)})=(\overline{2;2;-2})$ і $3\bar{\hat{a}}=(\overline{3\times 2;3\times 0;3\times 0})=(\overline{6;0;0})$

Знайдемо суму векторів: $2\bar{\grave{a}}+3\bar{\hat{a}}=(\overline{2+6;2+0;-2+0})=(\overline{8;2;-2})$

Обчислимо довжину вектора за формулою $\left|\bar{a}\right|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$

$$\left|2\bar{\grave{a}}+3\bar{\hat{a}}\right|=\sqrt{8^2+2^2+(-2)^2}=\sqrt{64+4+4}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$$

Відповідь : $6\sqrt{2}$.

4. Знайти, косинус кута між векторами $\overline{a}(1;2;2)$ і $\overline{в}(2;3;6)$.

Розв'язання :

Знайдемо косинус кута між векторами $\overline{a}$ і $\overline{в}$ за формулою :

$$\cos(\overline{a};\overline{в}) = \frac{\grave{a}_1\hat{a}_1 + \grave{a}_2\hat{a}_2 + \grave{a}_3\hat{a}_3}{\sqrt{\grave{a}_1^2 + \grave{a}_2^2 + \grave{a}_3^2} \times \sqrt{\hat{a}_1^2 + \hat{a}_2^2 + \hat{a}_3^2}}$$

$$\cos(\overline{\grave{a}_1}\,\overline{\hat{a}}) = \frac{1\times 2 + 2\times 3 + 2\times 6}{\sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} \times \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2}} =$$

$$\frac{2+6+12}{\sqrt{1+4+4} \times \sqrt{4+9+36}} = \frac{20}{\sqrt{9} \times \sqrt{49}} = \frac{20}{3\times 7} = \frac{20}{21.}$$

Відповідь: $\frac{20}{21}$.

IV. Підсумок уроку

Рефлексія. Передати свій емоційний стан за допомогою трьох прикметників

V. Домашнє завдання

Повторити теоретичний матеріал за таблицею**.**

Розв'язати завдання:

1. Знайти, косинус кута між векторами $\overline{\grave{a}}(3;2;2)$ і $\overline{\hat{a}}(2;5;6)$.
2. Обчисліть довжину вектора $5\overline{\grave{a}} + 4\overline{\hat{a}}, ÿêùî \ \overline{\grave{a}}(1;1;-1), \overline{\hat{a}}(2;0;0)$.
3. Знайти модуль суми та різниці векторів : $\overline{\grave{a}}(4;2;5)^{³}\overline{\hat{a}}(2;3;-1)$.

Урок №5

Тема: Многогранники .

Мета: Систематизація та узагальнення знань, умінь і навичок учнів з розв'язання задач; розвивати логічне мислення; виховувати вміння працювати в команді, повагу до учнів з якими навчаєшся.

Тип: комбінований.

Навчання мистецтву розв'язувати задачі — це виховання волі.

План уроку

№ п/п	Назва етапу уроку	Час, хв
1	Організаційний момент	1
2	Перевірка домашнього завдання	10
3	Актуалізація опорних знань	15
4	Відпрацювання вмінь	13
5	Підсумок уроку	3
6	Домашнє завдання	1

Хід уроку

І. Організаційний момент.

ІІ. Перевірка домашнього завдання.

1. Учні-консультанти повідомляють про наявність домашнього завдання.
2. Правильність виконання учні звіряють (до чи після уроку) із записами вчителя, якірозташовані на дошці.

ІІІ. Актуалізація опорних знань(Бесіда вчителя)

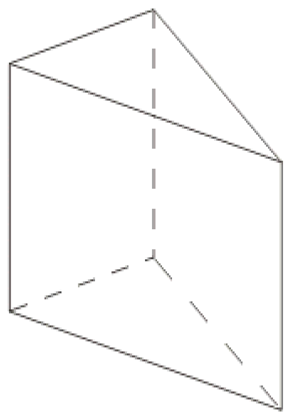
Многогранник – це геометричне тіло, поверхня якого складається із скінченого числа плоских многокутників. **Гранями** многогранника називаються частини площин (многокутники), які обмежують многогранник. **Ребрами** многогранника називаються спільні сторони суміжних граней (многокутників). **Вершинами** многогранника називаються вершини многогранних кутів, утворених його гранями, що сходяться в одній точці. **Діагоналлю** многогранника називається відрізок прямої, яка сполучає дві вершини многогранника, що не лежать в одній грані.

Діагональною площиною многогранника називається площина, що проходить через три вершини многогранника, які не лежать в одній грані.

Перерізом многогранника площиною називається частина цієї площини, яка обмежена лінією перетину поверхні многогранника з цією площиною.

Многогранник називається **опуклим**, якщо він цілком лежить по одну сторону від площини будь-якої його грані. Гранями опуклого многогранника можуть бути тільки опуклі многокутники.

Призма



Висота – відрізок, що міститься між її основами і перпендикулярний до них.

Пряма призма – бічні ребра перпендикулярні до основ.

Площа бічної поверхні довільної призми дорівнює добутку периметра перпендикулярного перерізу на бічне ребро:

Площа бічної поверхні прямої призми дорівнює добутку периметра основи на висоту призми:

Об'єм довільної призми дорівнює добутку площі її основи на висоту.

Паралелепіпед – призма, основи якої – паралелограми. У паралелепіпеді протилежні грані паралельні і рівні; всі чотири діагоналі перетинаються в одній точці і діляться нею навпіл.

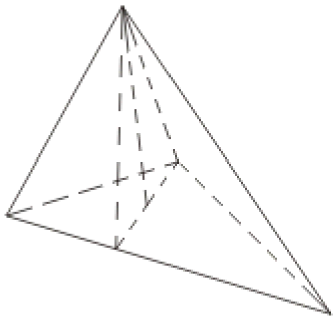
У прямокутному паралелепіпеді квадрат діагоналі дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів.

Площа бічної поверхні прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку периметра основи на висоту:

Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку трьох його вимірів:

Куб – прямокутний паралелепіпед, усі ребра якого рівні.

Піраміда



Якщо в основі піраміди лежить трикутник, вона називається тетраедром. Висота – перпендикуляр, проведений з вершини до площини основи.

Правильна піраміда – в основі лежить правильний многокутник і основа висоти збігається з його центром. **Апофема** – висота бічної грані правильної піраміди.

Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює одній другій добутку периметра основи на апофему.

Площа бічної поверхні правильної зрізаної піраміди дорівнює добутку півсуми периметрів обох основ на апофему. Об'єм піраміди дорівнює одній третій добутку площі її основи на висоту.

IV. Відпрацювання вмінь

1. Висота правильної трикутної піраміди рівна стороні її основи, довжина якоїa. Знайти площу перерізу піраміди площиною, що проходить через основу перпендикулярно протилежному ребру.

Розв’язання

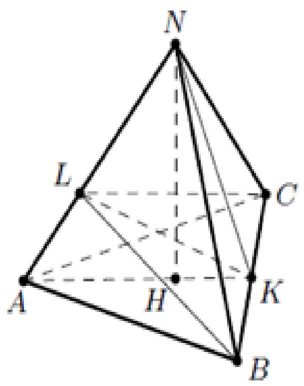


Рис. 2

Нехай NH – висота цієї пірамідиNABC і BCL – переріз площиною, перпендикулярною ребру AN (рис. 2). Оскільки піраміда правильна, то H -центр правильного ΔABC. ΔBCL –рівнобедрений. Щоб знайти його висоту KL, достатньообчислити довжини відрізківAK, AHiAN. ΔABC –правильнийі AB = aі ми легко знаходимо:AK $=\frac{\sqrt{3}}{2}a$, AH = $\frac{2}{3}$AK $=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ (радіус описаного кола). За теоремою Піфагора з ΔAHN отримуємо:AN $=\sqrt{a^2+\frac{a^2}{3}}=\frac{2}{\sqrt{3}}a$.Далі, виразивши двома способами площу ΔAKN, отримаємо:KL = $\frac{AK \cdot NH}{AN}$.

Підставивши знайдені значення, знайдемо: KL= $\frac{3}{4}a$. Отже, площа Δ BCL рівнаS = $\frac{3}{8}a^2$.

2. Основою піраміди є ромб, дві бічні граніякої перпендикулярні площині основи. Під яким кутомнахилені до площини основи дві інші грані, якщо площа бічної поверхні піраміди удвічі більша площі її основи?

Розв’язання

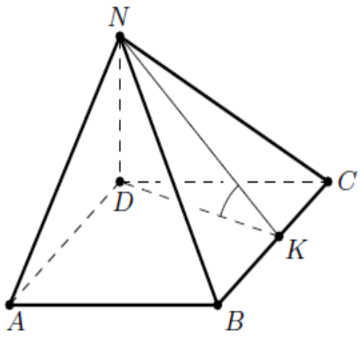


Рис. 3

Нехай NABCD -данна піраміда, грані ADN і CDNякої перпендикулярні площині основи (рис. 3). ОскількиABCD -ромб і AD = CD, то прямокутні трикутники ADNі CDN рівні, значить, AN = CN. Трикутники ABN і BCN такожрівні (три сторони одного трикутника дорівнюють трьом сторонам другого). Проведемо DK $\perp$ BC, тоді NK $\perp$ BC за теоремою про три перпендикуляри. Отже, DKN -лінійний кут двогранного кута приребрі BC.

Для знаходження $\angle$ DKN складемо рівняння. Нехай $\angle$DKN =x.

Введемо ще два допоміжні параметри: AB =a і DK =h. З трикутника DKN маємо:DN = h $\cdot$ tg x, KN = $\frac{h}{\cos x}$.

Площа бічної поверхні піраміди рівна Sбіч.= 2SADN + 2SBCNчиSбіч.= AD $\cdot$ DN + BC $\cdot$ KN.

Підставивши в цю рівність значення AD, DNiKN, отримаємо:Sбіч.= ah(tgx + $\frac{1}{\cos x}$).

Згідно з умовою завдання Sбіч.= 2Sосн, алеSосн = ah, отжеtg x +

$\frac{1}{\cos x} = 2.$

Отримане рівняння, де 0°< x < 90° і tg x < 2, можна вирішити різними способами. Запишемо його у виді:$2 - \text{tg } x = \frac{1}{\cos x}$.

Отримаємо4tg x = 3.

Отже, <DKN = arctg $\frac{3}{4}$.

3. Основою призми $ABCA_1B_1C_1$є рівносторонній трикутник ABC. Вершина A_1 верхньої основи проектується в центр H нижньої основи. Визначити площу бічної поверхні призми, якщо AB = a і $<A_1AH = \alpha$.

Розв'язання

Грань BCC_1B_1 призми є прямокутник (рис. 5). Оскільки $BC \perp AH$, то$BC \perp AA_1$(за теоремою про три перпендикуляри). Прямі BC і AA_1 – мимобіжні. А оскільки $BB_1 \parallel AA_1$, то $BC \perp BB_1$. Дві інші бічніграні призми рівні паралелограми (вони симетричні відносно площини AA_1H).

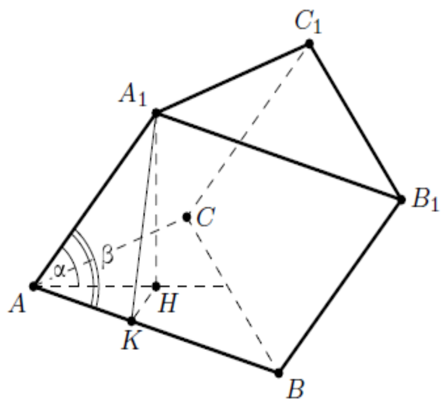


Рис. 5

Введемо допоміжні невідомі. Нехай$AA_1 = b$і$<A_1AB = \beta$.Площа бічної поверхні призмирівна$S_{біч.} = ab + 2ab\sin\beta = ab(1 + 2\sin\beta)$.

Проведемо $A_1K \perp AB$. Точка A_1рівновіддалена від вершин A і Взначить, K - середина відрізку AB. З трикутника AA_1K маємо:

$b = \frac{a}{2\cos\beta}.$

Залишається знайти допоміжний кут β. Скористаємося результатомпопереднього завдання. Двогранний кут з ребром AH тригранного кутаAA_1HK - прямий, $<A_1AH = \alpha$, <BAH = 30°, отже$\cos\beta = \cos 30° \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha$, і

sinβ=$\sqrt{1-\cos^2\beta}=\sqrt{1-\frac{3}{4}\cos^2\alpha}$

Sбіч. = $\frac{a^2}{\sqrt{3}\cos\alpha}(1+\sqrt{4-3\cos^2\alpha})$.

V. Підсумок уроку

Самооцінювання (за кожний етап учень виставляє собі 0,1 або 3 бали, в сумі за урок можеотримати від 0 до 12 балів)

Прізвище, класс	**Картка самооцінювання**
Етапи уроку	**Бали**
1	
2	
3	
4	
Сума балів	

VI. Домашнє завдання

Розв'яжіть задачі.

1.Основи прямої призми – прямокутний трикутник з катетом 4см і гіпотенузою 5 см .Знайдіть площу повної поверхні призми .

2.Діагональ правильної чотирикутної призми дорівнює d і утворює з площиною основи кут β.Знайдіть площу діагонального перерізу призми.

3.Знайдіть площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди у якої плоский кут при вершинні дорівнює 30◦ , а бічне ребро – 10 см.

4.Відстань від основи висоти правильної чотирикутної піраміди до її бічного ребра дорівнює m ,а її біче ребро утворює з площиною основи кут β.Знайдіть бічне ребро піраміди .

Урок №6

Тема: Тіла обертання.

Мета: систематизувати та узагальнити знання, уміння і навички учнів з теми«Тіла обертання»; розвивати увагу,спостережливість; виховувати пізнавальний інтерес та терпіння.

Тип: Урок узагальнення та систематизації знань, умінь, навичок.

Обладнання: таблиця

План уроку

№п/п	Назва етапу уроку	Час,хв.
1	Організаційний момент	1
2	Перевірка домашнього завдання	10
3	Систематизація та узгальненнязнань учнів	12
4	Систематизація та узагальненняумінь і навичок учнів з теми	19
5	Підсумок уроку	1
6	Домашнє завдання	2

Хід уроку

I. Організаційний момент.

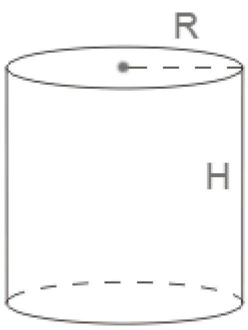
1) Привітання

II. Перевірка домашнього завдання.

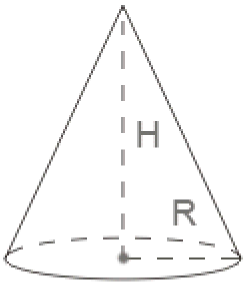
1) Учні-консультанти перевіряють наявність виконаних завдань, а вчитель відповідає назапитання учнів, які виникли при розв’язуванні домашніх вправ

III. Систематизація та узагальнення знань учнів.

Виступ команди з презентацією теми «Тіла обертання».



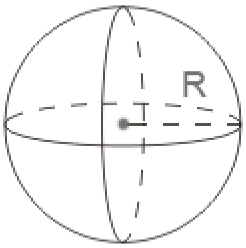
Циліндром називається тіло, утворене внаслідок обертання прямокутника навколо однієї із сторін.



Конусом називається тіло, утворене внаслідок обертання прямокутного трикутника навколо одного з катетів.

Твірні - відрізки, що з'єднують вершину з точками основи.

Висота - перпендикуляр, проведений з вершини до центра основи.



Кулею називається тіло, що складається з усіх точок простору, відстань від яких до даної точки не перевищує заданої. Ця точка –**центр кулі**. **Радіус**– задана відстань. Поверхня кулі називається **сферою**.

IV. Систематизація і узагальнення умінь і навичок з теми.

1. Три однакові кулі радіусу R дотикаються одна до одної і деякої площини. Четверта куля торкається трьох перших і тієї жеплощини. Знайдіть радіус четвертої кулі.

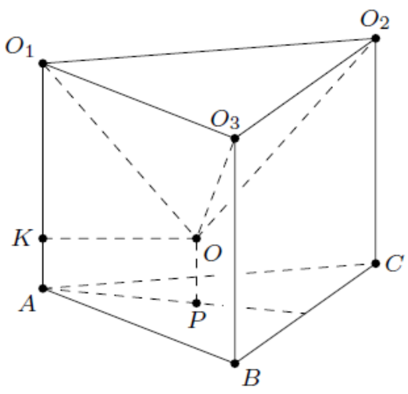


Рис. 14

Розв’язання. Нехай O_1, O_2, O_3 - центри трьох куль однакового радіусу, O - центр четвертої кулі; A, B, C і P -точки дотику їх з площиною. Оскільки відстань між центрами двох куль, що стосуються зовні, дорівнює сумі їх радіусів, а відстань від центра кулі до площини, що стосується кулі, рівна

радіусу кулі, то AB = BC = CA = 2R

$AO_1 = R$ і $ABCO_1O_3O_2$ –правильнапризма.

Позначимо радіус четвертоїкулі через x, тоді $O_1O = R + x$, OP = x.

Точка P –центр рівностороннього трикутника, тому $AP = \dfrac{2R}{\sqrt{3}}$. Таким чином, завдання зводиться до обчисленняменшої основи прямокутної трапеції AO_1OP. З вершини Опроведемо $OK \perp AO_1$ і отримаємо прямокутний трикутник OKO_1 з катетами, рівними $\frac{2R}{\sqrt{3}}$ і R − x. Складемо рівняння

$$((R + x)^2 = (R - x)^2 + \frac{4R^2}{3}, \text{звідки } x = \frac{1}{3}. \text{ Отже, } OP = \frac{1}{3}R.$$

V.Підсумок уроку

Передати свій емоційний стан за допомогою трьох прикметників

VI. Домашнє завдання

Повторити теоретичний матеріал за таблицею**.**

1. Переріз циліндра площиною, паралельною його осі, є квадрат, що відтинає від кола основи дугу 90°. Знайдіть відстань від осі циліндра до цього перерізу, якщо висота циліндра дорівнює 6 см.

2. Вершини рівностороннього трикутника зі стороною 3 дм лежать на поверхні кулі, радіус якої дорівнює 2 дм. Знайти відстань від центра кулі до площини трикутника.

3. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює $4\sqrt{2}$ см і утворює кут 45° із площиною основи. Знайдіть апофему піраміди.

Урок №7

Тема: Об’єми та площі поверхонь геометричних тіл

Мета: систематизація та узагальнення знань, умінь і навичок учнів з розв’язання задач; розвивати логічне мислення; виховувати вміння працювати в команді, повагу до учнів з якими навчаєшся.

***Тип**:* комбінований.

***Обладнання:* картки теоретичних знань**

Навчання мистецтву розв’язувати задачі — це виховання волі.

План уроку

№ п/п	Назва етапу уроку	Час, хв
1	Організаційний момент	1
2	Перевірка домашнього завдання	10
3	Актуалізація опорних знань	9
4	Відпрацювання вмінь	18
5	Підсумок уроку	3
6	Домашнє завдання	1

Хід уроку

I Організаційний момент.

II. Перевірка домашнього завдання.

1. Учні-консультанти повідомляють про наявність домашнього завдання.

2. Правильність виконання учні звіряють (до чи після уроку) із записами вчителя, якірозташовані на дошці.

III. Актуалізація опорних знань

Бесіда вчителя.

Тіло	***Площа***			***Об'єми***
	основи	***бічна***	***повна***	
	S_o	$S_б$ ***(прямих тіл)****	$S_п$	V
Призма	$S_{многокутника}$	ph	$2S_o+S_б$	$S_o h$

Піраміда		?pl** (правильної піраміди)	$S_о+S_б$	⅓$S_оh$
Циліндр	πr^2	$2\pi rh$	$2S_о+S_б$	$S_оh = \pi r^2h$
Конус		πrl***	$S_о+S_б$	⅓$S_оh$ = ⅓πr^2h

* - бічні поверхні непрямих тіл можна обчислити як суму площ бічних граней; h - висота; p - периметр основи; l** - апофема правильної піраміди; l*** - твірна конуса.

Об'єм кулі V=4/3 $\pi R^{3.}$ Площа сфери V=4πr^2.

Об'єм прямокутного паралелепіпеда дорівнює добутку лінійних розмірів V = abc.

Об'єми двох подібних тіл відносяться, як куби їх лінійних розмірів $\{V_1\}/\{V_2\}=\{a^3{}_1\}/\{a^3{}_2\}$

Об'єм кульового сегмента V=π H^2 (R-H/3)

Об'єм кульового сектора V=2/3 π R^2 H, де: R – радіус кулі, H – висота відповідного кульового сегмента.

IV. Відпрацювання вмінь

Діагностичне тестування з наступною перевіркою (на дошці відкриваються варіанти з правильними відповідями).

Варіант 1

1. Об'єм куба з ребром5 см дорівнює

а) 25см^3; б) 125см^3; в) 625см^3; г) 50 см^3;

2.Коробка має форму прямокутного паралелепіпеда, розмірами 2х3х5 дм. Вкажіть, яке з поданих тверджень

вірне:

а) дана коробка рівновелика кубу з ребром 3 дм;

б) коробка має більший об'єм, ніж куб з ребром в 4дм;

в) в коробці може вміститися 50 кубів з ребром в 1дм;

г) в коробці може вміститися 30 кубів з ребром в 1дм;

3. На відстані 6 см від центра сфери проведено переріз, що перетинає сферу по колу, довжина якого дорівнює 16π см. Знайдіть площу сфери.

а) 100π см^2 ;

б) 256π см^2 ;

в) 400π см^2 ;

г) 800π см^2 .

4. Об’єми подібних тіл відносяться:

а) куби їх лінійних розмірів;

б) квадрати їх лінійних розмірів;

5. Якщо радіус основи конуса дорівнює R, твірна- l, то висота конуса дорівнює:

а) $\sqrt{l^2+R^2}$; б) $\sqrt{l^2-R^2}$; в) $\sqrt{l^2+4R^2}$; г) $\sqrt{l^2-4R^2}$

Варіант 2

1. Об’єм куба дорівнює 8 см^3. Чому дорівнює його ребро:

а) 4 см; б) 6 см; в) 2 см;

2. Радіус основи конуса дорівнює 2 см, а твірна - 3 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса.

а) 2π см^2;

б) 4π см^2;

в) 6π см^2;

г) 9π см^2.

3. Об’єм циліндра дорівнює 250 П см^3, а висота 10 см. . Вкажіть, яке з поданих тверджень вірне:

а) об’єм циліндра дорівнює добутку площі основи на висоту;

б) об’єм циліндра більший П R^{2}H;

в) площа основи циліндра 25 см^2;

4. Простим називається тіло, яке можна розбити на скінченне число:

а) призм;

б) трикутних пірамід .

в) кубів з ребром рівним 1;

5. Якщо площа основи трикутної піраміди дорівнює 3 см^2, а висота 3 см, то її об’єм дорівнює:

а) 1 см^3; б) 27см^3; в) 9 см^3; г) 3 см^3;

Варіант 3

1. Об’єм куба з ребром 3 см дорівнює

а) 3 см^3; б) 27 см^3; в) 9 см^3; г) 18 см^3;

2. Ребра прямокутного паралелепіпеда дорівнюють 1 см, 2см і 4см. Знайдіть ребро рівновеликого йому куба:

а) $\frac{7}{3}$ см; б) $\frac{8}{3}$см^3; в) 6 ; г) 2 см

3. Якщо ребро правильного тетраедра збільшили у 2 рази, то його об’єм збільшився у:

а) 2 рази; б) 4 рази; в) 8 раз; г) 27 раз;

4. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 3 см, а апофема – 5 см. Знайдіть площу бічної поверхні піраміди.

а) 30 см^2;

б) 15 см^2;

в) 60 см^2;

г) 45 см^2.

5. Чому дорівнює відношення об’єму призми до об’єму піраміди, якщо вони мають однакові площі основи та висоти:

а) 1/3; б) 3 ; в) 2; г) 2/3 ;

Варіант 4

1. Об’єм куба дорівнює 27 см^3. Чому дорівнює його ребро:

а) 9 см; б) 6 см; в) 3 см;

2. Об’єм циліндра дорівнює 250 П см^3, а висота 10 см. . Вкажіть, яке з поданих тверджень вірне:

а) площа основи циліндра 25 см^2;

б) об’єм циліндра більший П R^2H;

в) об’єм циліндра дорівнює добутку площі основи на висоту;

3.Якщо ребро правильного тетраедра збільшили у 3 рази, то його об’єм збільшився у:

а) 27 раз; б) 9 раз; в) 12 раз; г) 3 рази;

4. **.** Прямокутний трикутник з катетом 4 см і гіпотенузою 5 см обертають навколо даного катета. Знайдіть площу повної поверхні утвореного конуса.

а) 100π см^2;

б) 80π см^2;

в) 32π см^2;

г) 24π см^2.

5. Якщо радіус основи конуса дорівнює R, твірна-*l*, то висота конуса дорівнює:

а) $\sqrt{l^2+R^2}$; б) $\sqrt{l^2-4R^2}$; в) $\sqrt{l^2+4R^2}$; г) $\sqrt{l^2-R^2}$.

Таблиця відповідей

№ завдання	Варіанти 1,3	Варіанти 2,4
1	Б	В
2	Г	В
3	В	А
4	А	Б
5	Б	Г

Розв’язування задач (групова робота).

1. У сферу вписаний конус. Площа бічної поверхні конуса дорівнює $\frac{3}{8}$ площі сфери. Знайти кут нахилу твірної конуса до площини основи.

Розв’язання. Перерізом конуса і сфери площиною, що проходить черезвисоту NH конуса, є рівнобедрений трикутник ABN, вписаний в коло (рис. 11). Продовжимо висоту NH трикутника доперетину з колом в точці M. Тоді MN –діаметр сфери$\angle$MAN = 90°, AH – радиус основи конуса, $\angle$NAH –кут нахилу твірної до площини основи, причому $\angle$NAH = $\angle$AMN.

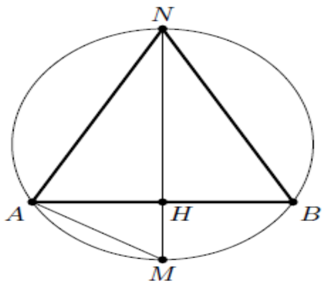


Рис. 11

Позначимо MN = 2R, AH = r, AN = l і$\angle$HAN = x. Згідно з умовою, маємо:$\pi rl = \frac{3}{8} 4\pi R^2$,чи$2rl = 3R^2$. З прямокутних трикутників AMN і AHN знаходимо: $l = 2R\sin x$, $r = l\cos x = 2R\sin x\cos x$.

Підставивши значення l і r в попередню рівність, отримаємо тригонометричне рівняння:

$8 \sin^2 x \cos x = 3$, $0° < x < 90°$, яке рівносильне рівнянню:

$8 \cos^3 x - 8 \cos x + 3 = 0.$

Вважаючи $2 \cos x = z$, отримаємо:

$z^3 - 4z + 3 = 0.$

$z^3 - z - 3z + 3 = 0$

$((z - 1)(z^2 + z - 3) = 0.$

Корені рівняння $z_1 = 1$ і $z_2 = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$задовольняютьумові завдання. Отже, $\cos x_1 = \frac{1}{2}$ і $\cos x_2 = \frac{\sqrt{13}-1}{4} \approx 0{,}65$. Завдання має

два розвязки: $x_1 = 60°$ і $x_2 \approx 49°20'$.

2.Навколо сфери радіусу r описаний зрізаний конус, твірна якого рівна *l*. Знайти площу повної поверхні зрізаного конуса.

Розв’язання. Центр сфери рівновіддалений від основ зрізаного конуса і співпадає з O – серединою відрізкаMN, що сполучає центри основ. Осьовий переріз конуса є рівнобічна трапеція, описананавколо кола.(рис. 12).

Введемо позначення: r_1 і r_2 -радіуси основзрізаного конуса ($r_1<r_2$), $S_{біч}$–площабічної поверхні.$S_{біч} = \pi(r_1 + r_2)\, l$.

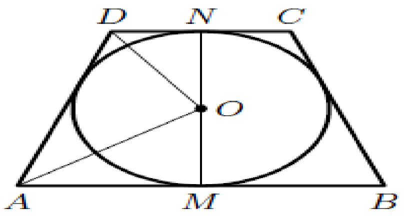


Рис. 12

Згідно з властивістю сторін чотирикутника, описаного навколо кола, маємо: $r_1 + r_2 = l$. Значить $S_{біч} = \pi l^2$. Трикутники AOM і DON подібні, тому $\frac{r_1}{r} = \frac{r}{r_2}$, звідки $r_1 r_2 = r^2$. Знайдемо суму площ основ конуса :$\pi r_1^2 + \pi r_2^2 = \pi(r_1^2+r_2^2)= \pi\,(l^2 - 2r^2)$. Таким чином, площа повної поверхні зрізаного конуса $S = \pi l^2 + \pi(l^2 - 2r^2)$, $S = 2\pi\,(l^2 - r^2)$.

3. У конус вписана куля, об'єм якої в два рази менший об'єму конуса. Радіус основи конуса рівний R. Знайти радіус куліі висоту конуса.

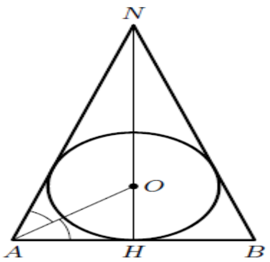


Рис. 13

Розв'язання. Позначимо радіус кулі і висоту конуса через r і h. Тоді за умовою $\frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{8}{3}\pi r^3$, звідки $R^2h = 8r^3$.

Можна скласти ще одне рівняння. Позначимо кут HAN нахилу твірноїконуса до площини основи через 2α, тоді$\angle HAO = \alpha$ (рис. 13). Виразимо через R і α радіусOH кулі і висоту NH конуса. З прямокутнихтрикутників AOH і ANH маємо:

$r = R\,tg\alpha$, $h = R\,tg\, 2\alpha$.

Підставившизначення r і h врівність $R^2h = 8r^3$, отримаєморівняння:

$tg\, 2\alpha = 8\, tg^3\alpha$, $0° < a < 45°$.

Оскільки $tg\, 2\alpha = \frac{2\, tg\, \alpha}{1 - tg^2\alpha}$, $tg\alpha \neq 0$ і $tg\alpha \neq 1$, звідси $tg\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Далі знаходимо: $tg\, 2\alpha = 2\sqrt{2}$, отже$r = \frac{\sqrt{2}}{2}R$, $h = 2R\sqrt{2}$.

V. Підсумок уроку

Самооцінювання (за кожний правильно виконаний тест учень виставляє собі оцінку, в сумі можеотримати від 0 до 10 балів)

VI. Домашнє завдання

Розв'яжіть задачі.

1. Основою прямої призми є ромб з тупим кутом 150°. Площа бічної поверхні призми дорівнює 96 см^2, а площа її повної поверхні – 132 см^2. Знайдіть висоту призми.

2. Хорду, що лежить в основі конуса, з його вершини видно під кутом 60°, а з центра основи – під прямим кутом. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо його твірна дорівнює 4 см.

3. Хорда, що лежить в основі циліндра, дорівнює $3\sqrt{3}$см і стягує дугу 120°. Відрізок, що сполучає один з кінців хорди із центром іншої основи, утворює з площиною основи кут 45°. Знайдіть площу повної поверхні циліндра.