

МАТЕМАТИКА

Комплексна підготовка до ЗНО і ДПА

Профільний рівень і рівень стандарту

За чинною програмою ЗНО

Укладачі

Анатолій Капіносов, Галина Гап'юк, Ярослав Гринчишин,
Лариса Кондратьєва, Олеся Мартинюк, Сергій Мартинюк, Лариса Олійник



Тернопіль
Видавництво «Підручники і посібники»
2020

УДК 371.32
М33

Укладачі:

*Анатолій Миколайович Капіносов
Галина Володимирівна Гап'юк
Ярослав Тадейович Гринчишин
Лариса Іванівна Кондратьєва
Олеся Миронівна Мартинюк
Сергій Володимирович Мартинюк
Лариса Іванівна Олійник*

Літературне редагування *Людмили Олійник*
Дизайнер обкладинки *Віталій Нехай*

Математика. Комплексна підготовка до ЗНО і ДПА. Про-
М33 фільний рівень і рівень стандарту / Уклад. : А. М. Капіносов [та
ін.]. — Тернопіль : Підручники і посібники, 2020. — 480 с.
ISBN 978-966-07-3667-2

Посібник призначений для підготовки здобувачів повної загальної
середньої освіти й абітурієнтів до ДПА та ЗНО. Його укладено відповід-
но до вимог Програми ЗНО, затвердженої Міністерством освіти і науки
України (Наказ МОН України № 1513 від 04.12.19 р.), та чинних підруч-
ників з математики.

Метою посібника є надання практичної, методичної та психологіч-
ної допомоги учням та абітурієнтам у підготовці до ДПА та ЗНО.

УДК 371.32

Передмова головного редактора видавництва

Починаючи з 2021 р., здобувачі повної загальної середньої освіти обов'язково складатимуть державну підсумкову атестацію (ДПА) у формі зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО) з математики.

Випускники, які вивчали математику на рівні стандарту і не вступатимуть до закладів вищої освіти, які вимагають результати ЗНО з математики, отримають результат ДПА від 1 до 12 балів за виконання завдань сертифікаційної роботи рівня стандарту.

Ті, хто вивчав математику на рівні *стандарту* і планує використовувати результати ЗНО з математики для вступу до закладів вищої освіти, виконуватимуть усі 34 завдання сертифікаційної роботи з математики *рівня стандарту та профільного рівня*, а як ДПА їм зарахують результат за виконання завдань 1–26, 30, 31. Такі абітурієнти отримають результати за шкалою 1–12 балів (ДПА рівня стандарту) і 100–200 балів за рейтинговою шкалою ЗНО.

Випускники, які вивчали математику на *профільному* рівні, за виконання всіх 34 завдань сертифікаційної роботи з математики профільного рівня отримають оцінку як за шкалою 1–12 балів, так і за рейтинговою шкалою ЗНО 100–200 балів.

Зміст сертифікаційної роботи з математики визначатиметься Програмою ЗНО, затвердженою Міністерством освіти і науки України (Наказ МОН України № 1513 від 04.12.19 р.).

ДПА у формі ЗНО з математики передбачатиме два варіанти сертифікаційних робіт:

1) рівня стандарту; 2) рівня стандарту та профільного рівня.

Рівень стандарту (на розв'язання 28 завдань — 150 хв, приблизно 5 хв на 1 завдання):

- 16 завдань з вибором однієї правильної відповіді з чотирьох чи п'яти;
- завдання 17–20 — поєднання трьох рядків інформації, позначених цифрами, із п'ятьма варіантами, позначених буквами;
- завдання 21–26 — запис відповіді десятковим дробом;
- завдання 27–28 — завдання із записом повного розв'язання (перевіряється людиною).

Рівень стандарту та профільний рівень (на розв'язання 34 завдань — усього 210 хв, умовно 28 завдань по 5 хв — 140 хв плюс 70 хв на решту 5 завдань, по 14 хв на завдання):

- 16 завдань з вибором однієї правильної відповіді з чотирьох чи п'яти можливих;
- завдання 17–20 — поєднання трьох рядків інформації, позначених цифрами, із п'ятьма варіантами, позначеними буквами;
- завдання 21–29 — запис відповіді десятковим дробом;
- завдання 30–34 — завдання із записом повного розв'язання (перевіряється людиною)

Посібник призначений для підготовки здобувачів повної загальної середньої освіти й абітурієнтів до ДПА та ЗНО. Його укладено відповідно до вимог Програми ЗНО, затвердженої Міністерством освіти і науки України (Наказ МОН України № 1513 від 04.12.19 р.), та чинних підручників з математики. Посібник складається із двох частин: «Алгебра та початки аналізу», «Геометрія» та «Відповідей» до всіх завдань, що містяться в посібнику. Увесь матеріал поділено на 44 теми (28 — з алгебри і 16 — з геометрії).

Структура кожної теми в частинах «Алгебра та початки аналізу» та «Геометрія» така:

- А. Перелік програмового матеріалу і компетентностей, знання яких вимагає програма ЗНО.
- Б. Короткий виклад теоретичного матеріалу.
- В. Приклади розв'язання задач.
- Г. Завдання і вправи для самостійного розв'язування.

Завдання і вправи для самостійного розв'язання до кожної теми складаються із трьох частин.

Перша частина містить тестові завдання з п'ятьма варіантами відповідей, з яких лише один правильний. Завдання розміщено в послідовності зростання складності.

Друга частина містить завдання, які передбачають установавлення відповідності між деякими математичними поняттями, позначеними цифрами 1–3, та їхніми властивостями, позначеними буквами А–Д.

У *третьій* частині вміщено тестові завдання відкритої форми. Ці завдання зазвичай складніші від попередніх. Кожна тема цієї частини містить завдання з параметрами.

Матеріали, які стосуються *профільного рівня*, у цьому посібнику позначено двома рисками ліворуч і праворуч на берегах сторінок. Випускники, які вивчали математику на рівні стандарту і не вступатимуть до закладів вищої освіти, які вимагають результатів ЗНО з математики, їх можуть пропускати. Символом *зірочка* (*) в посібнику позначено складніші завдання в кожній темі (вони можуть виходити за межі шкільної програми).

Розв'язані в теоретичній частині задачі спочатку потрібно спробувати розв'язати самостійно! Якщо це вдалося зробити з усіма задачами — можна переходити до наступної теми.

Окрім цього посібника, для підготовки до ДПА та ЗНО з математики у видавництві «Підручники і посібники» можна придбати:

- «Тренажер» (містить 20 варіантів зошитів);
- «Довідник для підготовки до ЗНО»;
- «Збірник тестових завдань»;
- «Розв'язник» усіх вправ даного посібника.

Головний редактор видавництва «Підручники і посібники» Ярослав Гринчишин

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Дійсні числа. Порівняння чисел та дії з ними

Тема 1. Властивості дій з дійсними числами. Правила порівняння і округлення чисел. Ознаки подільності. НСД і НСК. Арифметичні задачі

Зміст матеріалу і компетентності, знання яких вимагає програма ЗНО:

- властивості дій з дійсними числами; правила порівняння дійсних чисел;
- розрізняти види чисел та числових проміжків;
- порівнювати дійсні числа;
- виконувати дії з дійсними числами:
- використовувати ознаки подільності чисел на 2, 3, 5, 9, 10;
- знаходити найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне двох (кількох) чисел;
- знаходити неповну частку та остачу від ділення одного натурального числа на інше;
- перетворювати звичайний дріб у десятковий; округлювати цілі числа й десяткові дроби;
- використовувати властивості модуля до розв'язування задач;
- перетворювати нескінченний періодичний дріб у звичайний.

Натуральні числа — це числа, які використовують при лічбі: 1, 2, 3, Множину натуральних чисел позначають буквою N .

Цілі числа — це натуральні числа, числа протилежні до них та число нуль. Цілими є числа $-2, 4, 0$ тощо. Множину цілих чисел позначають буквою Z .

Раціональні числа — це числа, які можна подати у вигляді $\frac{m}{n}$, де $m \in Z, n \in N$. Кожне раціональне число можна представити у вигляді скінченного або нескінченного періодичного десяткового дробу. Раціональними є числа $4,5; -3; -7,3; -2\frac{7}{9}$ тощо. Множину раціональних чисел позначають буквою Q .

Ірраціональні числа — це нескінченні десяткові неперіодичні дроби. Наприклад, ірраціональними є числа $\sqrt{2}, \cos 7^\circ, \pi$ тощо. Множину ірраціональних чисел позначають буквою I .

Дійсні числа — це раціональні та ірраціональні числа. Кожне дійсне число можна зобразити точкою на *числовій осі*, а кожній точці числової осі відповідає дійсне число. Множину дійсних чисел позначають буквою R .

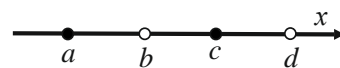


Рис. 1

Існують такі види числових проміжків (див. рис. 1): $[a; c]; (b; d); [a; b); (b; c]$, де деякі з чисел можуть бути $\pm\infty$.

Звичайний дріб — це число виду $\frac{m}{n}$, де m та n — натуральні числа. Риска дробу означає дію ділення: $\frac{m}{n} = m : n$. Число n — *знаменник* дробу, число m — *чисельник* дробу.

Звичайний дріб також є відношенням. Усі властивості звичайних дробів є властивостями відношень. І навпаки.

Дріб, у якому чисельник менший за знаменник, називають *правильним*. Дріб, у якому чисельник більший за знаменник або дорівнює йому, називають *неправильним*.

Наприклад, дроби $\frac{7}{13}, \frac{6}{24}$ — правильні, а дроби $\frac{21}{13}, \frac{12}{12}, \frac{14}{7}$ — неправильні.

Мішаним числом називають число, складене із натурального числа (*ціла частина*) і звичайного дробу (*дробова частина*). Мішане число є сумою цілої і дробової частини. Кожне мішане число можна записати як неправильний, у якого чисельник не ділиться на знаменник.

Наприклад, $5\frac{9}{11}, 32\frac{3}{5}$ — мішані числа, $5\frac{9}{11} = 5 + \frac{9}{11}$.

З будь-якого неправильного дроби можна виділити цілу частину. Для цього досить поділити з остачею чисельник на знаменник. Частка від ділення буде цілою частиною, остача — чисельником, а дільник — знаменником. Наприклад, $\frac{37}{9} = 4\frac{1}{9}$, бо $37 : 9 = 4$ (ост. 1).

Основна властивість дроби. Якщо чисельник і знаменник дроби помножити чи поділити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, який дорівнює даному.

Наприклад, $\frac{1}{6} = \frac{1 \cdot 5}{6 \cdot 5} = \frac{5}{30}$; $\frac{200}{90} = \frac{200 : 10}{90 : 10} = \frac{20}{9}$.

Скороченням дроби називають ділення чисельника і знаменника дроби на їх спільний дільник, відмінний від одиниці. Найбільше число, на яке можна скоротити дріб, — найбільший спільний дільник чисельника і знаменника. Якщо він дорівнює 1, то дріб називають *нескоротним*.

Наприклад, дріб $\frac{200}{90}$ скоротний, бо $\frac{200}{90} = \frac{200 : 10}{90 : 10} = \frac{20}{9}$, а дріб $\frac{9}{14}$ — нескоротний.

Будь-які два дроби можна звести до одного і того ж *спільного знаменника*. Спільним знаменником може бути будь-яке спільне кратне їх знаменників (наприклад, добуток знаменників). Найменшим спільним знаменником дробів є найменше спільне кратне їх знаменників.

Щоб звести дріб до найменшого спільного знаменника, досить:

- 1) знайти найменше спільне кратне знаменників дробів;
- 2) поділити це НСК на кожен знаменник і знайти додаткові множники для кожного дроби;
- 3) помножити чисельник і знаменник кожного дроби на його додатковий множник.

Наприклад, звести дроби $\frac{3}{8}$ і $\frac{5}{6}$ до найменшого спільного знаменника.

1) НСК(8, 6) = 24;

2) $24 : 8 = 3$; $24 : 6 = 4$. Числа 3 і 4 є додатковими множниками для дробів $\frac{3}{8}$ і $\frac{5}{6}$ відповідно;

3) $\frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}$; $\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}$.

Дії над звичайними дробами

1. Додавання (віднімання). Щоб додати (відняти) дроби, треба спочатку звести їх до спільного знаменника. Сумою (різницею) дробів з однаковими знаменниками є дріб, чисельник якого є сумою (різницею) чисельників, а знаменник дорівнює їх знаменнику:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}, \quad \left(\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b} \right).$$

2. Множення. Добутком дробів є дріб, чисельник якого дорівнює добутку чисельників, а знаменник — добутку знаменників даних дробів: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$.

3. Ділення. Часткою двох дробів є дріб, який дорівнює добутку дроби-діленого та оберненого числа до дроби-дільника: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$.

Наприклад:

1) $\frac{2}{13} + \frac{3}{13} = \frac{2+3}{13} = \frac{5}{13}$;

2) $\frac{2^4}{3} + \frac{3^3}{4} = \frac{4 \cdot 2 + 3 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{8+9}{12} = \frac{17}{12} = 1\frac{5}{12}$;

3) $\frac{1^3}{6} + \frac{4^2}{9} = \frac{3 \cdot 1 + 2 \cdot 4}{18} = \frac{3+8}{18} = \frac{11}{18}$;

4) $3\frac{1}{10} + 6\frac{4}{15} = 3 + 6 + \frac{3 \cdot 1 + 2 \cdot 4}{30} = 9 + \frac{11}{30} = 9\frac{11}{30}$;

5) $7\frac{4}{5} - 3\frac{1}{4} = 7 - 3 + \frac{4}{5} - \frac{1}{4} = 4 + \frac{16-5}{20} = 4\frac{11}{20}$;

6) $\frac{2}{9} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{9 \cdot 5} = \frac{4}{45}$;

7) $3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} = \frac{7}{2} \cdot \frac{8}{3} = \frac{7 \cdot 8}{2 \cdot 3} = \frac{56}{6} = 9\frac{2}{6} = 9\frac{1}{3}$;

8) $7 : \frac{4}{9} = \frac{7 \cdot 9}{1 \cdot 4} = \frac{7 \cdot 9}{1 \cdot 4} = \frac{63}{4} = 15\frac{3}{4}$;

$$9) 3\frac{5}{9} : 2\frac{1}{3} = \frac{32}{9} : \frac{7}{3} = \frac{32}{9} \cdot \frac{3}{7} = \frac{32 \cdot \cancel{3}^1}{\cancel{3}_9 \cdot 7} = \frac{32}{21} = 1\frac{11}{21}.$$

Числові вирази. Порядок дій у числовому виразі

Числовий вираз — це запис, який складається із чисел, знаків арифметичних дій і, можливо, дужок. Якщо в числовому виразі виконати зазначені дії, то одержимо значення числового виразу.

Додавання і віднімання — це дії першого ступеня, а множення і ділення — дії другого ступеня.

1. Якщо в числовому виразі немає дужок і він містить лише дії одного ступеня, то їх виконують за порядком запису зліва направо.

2. Якщо у виразі є дії першого та другого ступенів, а дужок немає, то спочатку виконують дії другого ступеня, а потім — дії першого ступеня.

3. Якщо у виразі є дужки, то спочатку виконують дії в дужках у порядку, зазначеному в п. 1 і 2.

Наприклад, у числовому виразі $25 \cdot 296 - 17 \cdot (300 - 7 \cdot 40) + 5 \cdot 138$ порядок виконання арифметичних дій є таким:

$$\overset{\textcircled{3}}{25} \cdot \overset{\textcircled{6}}{296} - 17 \cdot (\overset{\textcircled{4}}{300} - \overset{\textcircled{2}}{7} \cdot \overset{\textcircled{1}}{40}) + \overset{\textcircled{7}}{5} \cdot \overset{\textcircled{5}}{138}.$$

Десятковий дріб — це запис числа зі знаменником 10^n , де n — натуральне число.

Наприклад, $\frac{7}{10} = 0,7$; $\frac{43}{1000} = 0,043$; $\frac{807}{10} = 80,7$.

Дії над десятковими дробами

1. Додавання, віднімання. Щоб додати або відняти десяткові дроби, потрібно їх записати так, щоб однакові розряди були один під одним і виконати дію. Якщо необхідно, то до одного з дробів можна дописати нулі праворуч. Наприклад:

$$\begin{array}{r} 16,8000 \\ + 0,5347 \\ \hline \end{array}$$

2. Множення. Множать десяткові дроби, не зважаючи на коми, як натуральні числа, а в добутку відділяють комою праворуч стільки цифр, скільки їх є після коми в обох множниках разом. Наприклад:

$$\begin{array}{r} 17,3347 \\ \times 1,35 \\ \hline 0,006 \end{array}$$

3. Ділення. Щоб поділити десяткові дроби, спочатку їх домножають на 10^n , де n — кількість цифр після коми в дільнику і перетворюють дільник у натуральне число. Кому в частці ставлять після завершення ділення цілої частини діленого.

$$\begin{array}{r} 0,00810 \\ \hline 31,2 \overline{) 26} \\ \underline{26} \\ 52 \\ \underline{52} \\ 0 \end{array}$$

Наприклад, поділимо 3,12 на 2,6, тобто $3,12 : 2,6 = 31,2 : 26$.

Кожен звичайний дріб можна подати у вигляді скінченного або нескінченного десяткового дробу. Для цього потрібно чисельник поділити на знаменник.

Наприклад, $\frac{14}{11} = 1,272727\dots$, $\frac{7}{12} = 0,5833333\dots$, $\frac{3}{8} = 0,375$.

Періодом нескінченного десяткового дробу називають найменшу групу цифр після коми десяткового дробу, яка повторюється. Період записують раз, поміщаючи його в круглі дужки, наприклад, $1,272727\dots = 1,(27)$; $0,583333\dots = 0,58(3)$; $0,375 = 0,375000\dots = 0,375(0)$.

Кожен нескінченний десятковий періодичний дріб можна подати у вигляді звичайного.

Правило перетворення нескінченного періодичного дробу в звичайний

Наприклад, перетворити $x = 2,5(317)$ у звичайний. Оскільки між цілою частиною і періодом стоїть одна цифра, а у періоді 3 цифри, то розглянемо різницю $10000x - 10x = 25317,(317) - 25,(317)$, тобто $9990x = 25292$. Звідки $x = \frac{25292}{9990}$, тобто $2,5(317) = \frac{25292}{9990}$.

Щоб перетворити періодичний дріб у звичайний можна подати десятковий дріб сумою неперіодичної частини і періодичної, яку записати у вигляді нескінченно спадної геометричної прогресії:

$$2,5(3) = 2,5 + 0,033\dots = \frac{25}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots = \frac{25}{10} + \frac{3/100}{1-1/10} = \frac{5}{2} + \frac{3}{90} = \frac{225+3}{90} = \frac{228}{90} = \frac{38}{15}.$$

Властивості дій з дійсними числами

1. Властивості додавання:

- $a + b = b + a$ (переставна властивість);
- $(a + b) + c = a + (b + c)$ (сполучна властивість);
- $a + 0 = a$ (властивість нуля);
- $a + (-a) = 0$ (властивість суми протилежних чисел).

2. Властивості множення:

- $ab = ba$ (переставна властивість);
- $(ab) \cdot c = a \cdot (bc)$ (сполучна властивість);
- $(a + b) \cdot c = ac + bc$ (розподільна властивість);
- $a \cdot 1 = a$ (властивість одиниці);
- $a \cdot 0 = 0$ (властивість нуля);
- $a \cdot \frac{1}{a} = 1$, якщо $a \neq 0$ (властивість обернених чисел).

Модуль дійсного числа

Модулем (абсолютною величиною) дійсного числа a називають саме це число, якщо воно додатне або нуль ($a \geq 0$), і протилежне йому число, якщо воно від'ємне ($a < 0$).

$$|a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0. \end{cases}$$

Наприклад, $|13| = 13$; $|-9| = 9$; $|0| = 0$; $|\sqrt{5} - 10| = -(\sqrt{5} - 10) = 10 - \sqrt{5}$.

Модуль числа a дорівнює відстані на числовій осі від початку відліку до точки a .

Модуль добутку (частки) дорівнює добутку (частці) модулів цих чисел

Наприклад, $|13 \cdot (-5)| = |13| \cdot |-5| = 13 \cdot 5 = 65$.

Додавання від'ємних чисел і чисел з різними знаками

1. Щоб додати два від'ємні числа, потрібно додати їхні модулі і перед одержаним результатом поставити знак «-». Наприклад, $-6 + (-2) = -8$.

2. Щоб додати два числа з різними знаками, потрібно:

- 1) з'ясувати, модуль якого числа більший;
- 2) від більшого модуля відняти менший;
- 3) перед одержаним результатом поставити знак доданка, модуль якого більший.

Наприклад: а) $-5 + 12 = +(12 - 5) = 7$; б) $-23,5 + 9,1 = -(23,5 - 9,1) = -14,4$.

Множення і ділення додатних і від'ємних чисел

Добуток (частка) двох чисел з різними знаками є число від'ємне.

Наприклад: а) $-0,25 \cdot 5 = -1,25$; б) $0,6 : (-3) = -0,2$.

Добуток (частка) двох від'ємних чисел є число додатне; модуль добутку (частки) дорівнює добутку (частці) модулів цих чисел. Наприклад: а) $-7 \cdot (-9) = 63$; б) $-24 : (-8) = 3$.

Стандартний вигляд числа. Стандартним виглядом числа m називають його запис у вигляді $a \cdot 10^n$, де $1 \leq a < 10$, $n \in \mathbf{Z}$. Число n називають порядком числа m .

Наприклад: $m = 63000 = 6,3 \cdot 10^4$; $k = 0,0000014 = 1,4 \cdot 10^{-6}$.

Правила порівняння і округлення чисел

Порівняння чисел. Число a менше за число b ($a < b$), якщо воно лежить на числовій осі ліворуч від числа b (див. рис. 1). Або $a < b$ (чи $b > a$), якщо $a - b < 0$. Наприклад, $-5 < -2$, бо $-5 - (-2) = -3 < 0$. На рис. 1 $c > b > a$. Ці означення часто використовують при розв'язуванні завдань з параметрами.

Округлення чисел. Якщо в десятковому записі числа перша з відкинутих цифр є цифрою 0, 1, 2, 3, 4, то остання цифра, яка залишається, не змінюється. Якщо перша з відкинутих цифр 5, 6, 7, 8, 9, то останню цифру збільшують на 1. Наприклад, $5,23\bar{3} \approx 5,23$; $7,28\bar{3} \approx 7,3$.

Ознаки подільності чисел

1. На 2 діляться ті і тільки ті числа, які закінчуються парними цифрами (0, 2, 4, 6, 8).
2. На 3 діляться ті і тільки ті числа, сума цифр яких ділиться на 3.
3. На 5 діляться ті і тільки ті числа, які закінчуються цифрами 0 або 5.

4. На 9 діляться ті і тільки ті числа, сума цифр яких ділиться на 9.

5. На 10 діляться ті і тільки ті числа, які закінчуються цифрою 0.

Наприклад, число 112536 ділиться на 2 (6 — парна цифра), на 9 і 3 ($1 + 1 + 2 + 5 + 3 + 6 = 18$ — сума цифр ділиться на 3 і 9); 789 ділиться тільки на 3 ($7 + 8 + 9 = 24$ — сума цифр ділиться на 3).

Неповна частка та остача від ділення натуральних чисел

Щоб поділити a на b і знайти остачу r , потрібно знайти таке $n \in \mathbb{N}$:

$$a = bn + r, \text{ де } a \text{ — ділене, } b \text{ — дільник, } n \text{ — неповна частка, } r \text{ — остача } (r < b).$$

Наприклад, $27 : 6 = 6 \cdot 4 + 3$.

Найбільший спільний дільник (НСД) і найменше спільне кратне (НСК)

Прості та складені числа

Натуральне число a називають *простим*, якщо воно має **лише** два дільники: 1 і a .

Наприклад, 13 — просте число, оскільки має два дільники (1 і 13), 2 — найменше просте число.

Натуральне число називають *складеним*, якщо воно має більше, ніж два дільники.

Наприклад, число 14 має чотири дільники (1, 2, 7 і 14), тому воно є складеним.

Число 1 є ні простим, ні складеним, оскільки має один дільник.

Розкласти складене число на прості множники означає записати дане число у вигляді добутку простих чисел. Наприклад, $2520 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1$.

Взаємно простими числами називають числа, які не мають спільних дільників, крім одиниці.

Наприклад, $85 = 5 \cdot 17$, $147 = 3 \cdot 7^2$, тому числа 85 і 147 — взаємно прості.

Найбільшим спільним дільником (НСД) кількох натуральних чисел називають найбільше число, на яке дані числа діляться без остачі. НСД даних чисел дорівнює добутку спільних простих множників цих чисел (у прикладі вони підкреслені).

Наприклад, $\text{НСД}(18; 30) = \underline{2} \cdot \underline{3} = 6$, оскільки $18 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 3$; $30 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5$.

$\text{НСД}(18; 30; 42) = \underline{2} \cdot \underline{3} = 6$, оскільки $18 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 3$; $30 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 5$; $42 = \underline{2} \cdot \underline{3} \cdot 7$.

Найменшим спільним кратним (НСК) кількох натуральних чисел називають найменше число, яке ділиться без остачі на кожне з даних чисел. НСК даних чисел дорівнює добутку одного з них на прості множники, яких нема в його розкладі, але є в розкладах решти чисел.

Наприклад, $\text{НСК}(18; 30) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \underline{5} = 90$, оскільки $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot \underline{5}$.

$\text{НСК}(18; 30; 42) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \underline{5} \cdot \underline{7} = 630$, оскільки $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$; $30 = 2 \cdot 3 \cdot \underline{5}$; $42 = 2 \cdot 3 \cdot \underline{7}$.

$$\text{НСД}(a; b) \cdot \text{НСК}(a; b) = a \cdot b.$$

$$\text{НСД}(18; 30) \cdot \text{НСК}(18; 30) = 6 \cdot 90 = 18 \cdot 30 = 540.$$

Якщо числа a та b — взаємно прості, тобто $\text{НСД}(a; b) = 1$, то $\text{НСК}(a; b) = a \cdot b$. Наприклад, оскільки числа 85 і 147 є взаємно простими ($\text{НСД}(85; 147) = 1$), то $\text{НСК}(85; 147) = 85 \cdot 147 = 12495$.

Приклад 1. Установити відповідність між числами (1–3) та множинами (А–Д), до яких вони належать.

1 –8

А множина парних чисел

2 23

Б множина цілих чисел, які не є натуральними

3 $\sqrt{16}$

В множина раціональних чисел, які не є цілими числами

Г множина ірраціональних чисел

Д множина простих чисел

1. –8 — число, яке не є натуральним, тому 1Б.

2. 23 — просте число, тому 2Д.

3. $\sqrt{16} = 4$ — парне число.

	А	Б	В	Г	Д
1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Приклад 2. Не виконуючи ділення, встановити остачу від ділення 12312345633341 на 3.

А 1

Б 2

В 14

Г 4

Д 11

■ Число 12312345633341 запишемо як суму $123\ 123\ 456\ 33341 = 123\ 123\ 456\ 33330 + 11$. Перше з цих чисел ділиться на 3 (сума цифр 39 ділиться на 3), тому число 12312345633330 ділиться націло на 3. Отже, остача від ділення визначається діленням 11 на 3. Таким чином, $11 : 3 = 3$ (ост. 2). Отже, остача дорівнює 2. **Відповідь. Б. ■**

Приклад 3. Знайти значення числового виразу $15\frac{11}{14} + 11\frac{5}{7} : \left(4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{9} - 3\frac{1}{6}\right)$.

■ 1) $4\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{9} = \frac{9}{2} \cdot \frac{20}{9} = \frac{9 \cdot 20}{2 \cdot 9} = \frac{1 \cdot 10}{1 \cdot 1} = 10$; 2) $10 - 3\frac{1}{6} = 9\frac{6}{6} - 3\frac{1}{6} = 6\frac{5}{6}$;

3) $11\frac{5}{7} : 6\frac{5}{6} = \frac{82}{7} : \frac{41}{6} = \frac{82^2 \cdot 6}{7 \cdot 41^1} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$;

4) $15\frac{11}{14} + 1\frac{5}{7} = 16 + \frac{11+10}{14} = 16 + \frac{21}{14} = 16 + \frac{3}{2} = 16 + 1\frac{1}{2} = 17\frac{1}{2}$.

Відповідь. 17,5. ■

Приклад 4. Обчислити $\frac{3\frac{1}{6} + 5,2}{\left(4,6 - \frac{5}{12}\right) \cdot 0,4}$.

А	Б	В	Г	Д
1,5	5	3	6	13

■ 1) $3\frac{1}{6} + 5,2 = 3\frac{1}{6} + 5\frac{2}{10} = (3+5) + \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{10}\right) = 8 + \frac{5+6}{30} = 8\frac{11}{30}$;

2) $4,6 - \frac{5}{12} = 4\frac{6}{10} - \frac{5}{12} = 4 + \left(\frac{6}{10} - \frac{5}{12}\right) = 4 + \frac{36-25}{60} = 4\frac{11}{60}$;

3) $4\frac{11}{60} \cdot 0,4 = \frac{251}{60} \cdot \frac{4}{10} = \frac{251 \cdot 4}{15 \cdot 60 \cdot 10} = \frac{251}{15 \cdot 10} = \frac{251}{150}$; 4) $8\frac{11}{30} : \frac{251}{150} = \frac{251}{30} \cdot \frac{150}{251} = \frac{150}{30} = 5$.

Відповідь. Б. ■

Приклад 5. Дано два числа 120; 220. 1. Знайти НСД(120; 220). 2. Знайти НСК(120; 220).

■ 1. $120 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$; $220 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 11$. Тоді НСД(120; 220) = $2 \cdot 2 \cdot 5 = 20$.

2. НСК(120; 220) = $120 \cdot 11 = 120 \cdot 220 : 20 = 1320$.

Відповідь. 1. 20. 2. 1320. ■

Приклад 6. Дано три числа 28; 16; 10.

1. Знайти НСК цих чисел. 2. Знайти НСД цих чисел.

■ 1. $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$; $10 = 2 \cdot 5$. Отже, НСК(28; 16; 10) = $28 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 560$.

2. У цих чисел є один спільний множник — 2. НСД(28; 16; 10) = 2. Відповідь. 1. 560. 2. 2. ■

Приклад 7. Оксана, Сергій і Петро о 16 годині почали розв'язувати задачі. Оксана на виконання кожної вправи витратила 16 хв, Сергій — 24 хв, а Петро — 18 хв. Через деякий час вони одночасно закінчили виконувати свої завдання. О котрій годині найшвидше це могло статися?

А	Б	В	Г	Д
17 год 12 хв	18 год	18 год 20 хв	18 год 24 хв	19 год

■ Час, за який діти виконали свої завдання, має виражатися числом, яке ділиться на 16, на 24 і на 18, тобто необхідно знайти НСК(16, 24, 18). $16 = 2^4$; $24 = 2^3 \cdot 3$; $18 = 2 \cdot 3^2$; НСК(16; 24; 18) = $2^4 \cdot 3^2 = 144$. Отже, діти закінчать одночасно виконувати вправи через 144 хв = 2 год 24 хв. Це буде об 16 год + 2 год 24 хв = 18 год 24 хв. Відповідь. Г. ■

Арифметичні задачі

Приклад 8. Турист пройшов $\frac{2}{5}$ шляху за 3 год. За який час він пройде решту шляху, рухаючись із такою ж швидкістю?

А	Б	В	Г	Д
4,5 год	4 год	5 год	3,5 год	1,8 год

■ Дві частини шляху з п'яти турист пройшов за 3 год, отже, одну частину він пройшов за $3 : 2 = 1,5$ (год). Йому залишилося пройти $5 - 2 = 3$ (частини) з п'яти, тоді цей шлях він пройде за $3 \cdot 1,5 = 4,5$ (год). Відповідь. А. ■

Тема 44. Геометричні переміщення (рух) і перетворення фігур

44.1. В. 44.2. Г. 44.3. Д. 44.4. Г. 44.5. Г. 44.6. А. 44.7. Д. 44.8. Б. 44.9. В. 44.10. Б. 44.11. Г. 44.12. Б.
44.13. Д. 44.14. А. 44.15. Г. 44.16. В. 44.17. Б. 44.18. А. 44.19. Д. 44.20. А.

<p>44.21</p> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Б</td><td style="text-align: center;">В</td><td style="text-align: center;">Г</td><td style="text-align: center;">Д</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">3</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1					X	2			X			3	X					<p>44.22</p> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Б</td><td style="text-align: center;">В</td><td style="text-align: center;">Г</td><td style="text-align: center;">Д</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">3</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1				X		2					X	3	X					<p>44.23</p> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Б</td><td style="text-align: center;">В</td><td style="text-align: center;">Г</td><td style="text-align: center;">Д</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">3</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1			X			2	X					3					X	<p>44.24</p> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Б</td><td style="text-align: center;">В</td><td style="text-align: center;">Г</td><td style="text-align: center;">Д</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">3</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1					X	2	X					3				X	
	А	Б	В	Г	Д																																																																																														
1					X																																																																																														
2			X																																																																																																
3	X																																																																																																		
	А	Б	В	Г	Д																																																																																														
1				X																																																																																															
2					X																																																																																														
3	X																																																																																																		
	А	Б	В	Г	Д																																																																																														
1			X																																																																																																
2	X																																																																																																		
3					X																																																																																														
	А	Б	В	Г	Д																																																																																														
1					X																																																																																														
2	X																																																																																																		
3				X																																																																																															
<p>44.25</p> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Б</td><td style="text-align: center;">В</td><td style="text-align: center;">Г</td><td style="text-align: center;">Д</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">3</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1			X			2				X		3	X					<p>44.26</p> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Б</td><td style="text-align: center;">В</td><td style="text-align: center;">Г</td><td style="text-align: center;">Д</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">3</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1				X		2					X	3	X					<p>44.27</p> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Б</td><td style="text-align: center;">В</td><td style="text-align: center;">Г</td><td style="text-align: center;">Д</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">3</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1			X			2				X		3	X					<p>44.28</p> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr><td></td><td style="text-align: center;">А</td><td style="text-align: center;">Б</td><td style="text-align: center;">В</td><td style="text-align: center;">Г</td><td style="text-align: center;">Д</td></tr> <tr><td style="text-align: right;">1</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">2</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="text-align: right;">3</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px; text-align: center;">X</td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 20px; height: 20px;"></td></tr> </table>		А	Б	В	Г	Д	1	X					2				X		3			X		
	А	Б	В	Г	Д																																																																																														
1			X																																																																																																
2				X																																																																																															
3	X																																																																																																		
	А	Б	В	Г	Д																																																																																														
1				X																																																																																															
2					X																																																																																														
3	X																																																																																																		
	А	Б	В	Г	Д																																																																																														
1			X																																																																																																
2				X																																																																																															
3	X																																																																																																		
	А	Б	В	Г	Д																																																																																														
1	X																																																																																																		
2				X																																																																																															
3			X																																																																																																

44.29.1	44.29.2	44.30	44.31	44.32
1 0 ,	2 5 ,	2 8 ,	1 1 2 ,	1 2 ,

ЗМІСТ

Передмова	3
-----------------	---

АЛГЕБРА ТА ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ

Тема 1. Властивості дій з дійсними числами. Правила порівняння і округлення чисел. Ознаки подільності. НСД і НСК. Арифметичні задачі	5
Тема 2. Відношення та пропорції. Відсотки. Задачі на відсотки. Текстові задачі	16
Тема 3. Цілі раціональні вирази	24
Тема 4. Дробово-раціональні вирази	31
Тема 5. Ірраціональні вирази	39
Тема 6. Показникові та логарифмічні вирази	47
Тема 7. Тригонометричні вирази	54
Тема 8. Цілі рівняння	65
Тема 9. Цілі нерівності	75
Тема 10. Раціональні й дробові раціональні рівняння	84
Тема 11. Раціональні й дробові раціональні нерівності	92
Тема 12. Ірраціональні рівняння	101
Тема 13. Ірраціональні нерівності	109
Тема 14. Показникові рівняння	118
Тема 15. Показникові нерівності	126
Тема 16. Логарифмічні рівняння	135
Тема 17. Логарифмічні нерівності	143
Тема 18. Тригонометричні рівняння	151
Тема 19. Тригонометричні нерівності	164
Тема 20. Системи рівнянь і нерівностей	174
Тема 21. Числові послідовності. Арифметична та геометрична прогресії	184
Тема 22. Функціональна залежність. Елементарні функції та їхні властивості	193
Тема 23. Побудова графіків функцій методом геометричних перетворень	208
Тема 24. Похідна функції, її геометричний і механічний зміст	223
Тема 25. Застосування похідної для дослідження функцій	234
Тема 26. Первісна. Інтеграл	243
Тема 27. Елементи комбінаторики	254
Тема 28. Початки теорії ймовірностей та елементи статистики	263

ГЕОМЕТРІЯ

Тема 29. Найпростіші геометричні фігури на площині	280
Тема 30. Трикутник	293
Тема 31. Прямокутний трикутник	304
Тема 32. Рівнобедрений трикутник	312
Тема 33. Чотирикутники	319
Тема 34. Многокутники	330
Тема 35. Коло, круг та їх елементи	335

Тема 36. Аксиоми стереометрії. Прямі та площини в просторі.....	344
Тема 37. Призма.....	356
Тема 38. Піраміда	366
Тема 39. Циліндр	374
Тема 40. Конус	381
Тема 41. Сфера і куля.....	390
Тема 42. Координати на площині та в просторі	398
Тема 43. Вектори на площині та в просторі.....	408
Тема 44. Геометричні переміщення (рух) і перетворення фігур.....	419
Варіанти зошитів у форматі ЗНО.....	429
Відповіді (алгебра та початки аналізу).....	453
Відповіді (геометрія).....	464
Відповіді до варіантів зошитів у форматі ЗНО.....	470

Навчальне видання

Укладачі

*Капіносів Анатолій Миколайович
Гап'юк Галина Володимирівна
Гринчишин Ярослав Тадейович
Кондратьєва Лариса Іванівна
Мартинюк Олеся Миронівна
Мартинюк Сергій Володимирович
Олійник Лариса Іванівна*

МАТЕМАТИКА

**Комплексна підготовка
до ЗНО і ДПА**

Профільний рівень і рівень стандарту

За чинною програмою

У підготовці видання використано матеріали для проведення ЗНО 2010–2019 рр.

Літературний редактор *Людмила Олійник*
Дизайнер обкладинки *Віталій Нехай*

Формат 60×84/8. 56 ум. др. арк., 54,34 обл.-вид. арк. Тираж 10 000. Замовлення № 20-519
Редакція газети «Підручники і посібники».
46000, м. Тернопіль, вул. Поліська, 6а. Тел.: (0352) 43-15-15; 43-10-21.
Збут: rip.ternopil@ukr.net Редакція: editoria@i.ua
www.pp-books.com.ua
Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
серія ДК № 5143 від 05.07.2016 р.
Книга-поштою: а/с 376, Тернопіль, 46011.
Тел.: 096-948-09-27; 097-50-35-376
rip.bookpost@gmail.com